

SOUSTAVY - OPAK.

Příklad

$$\begin{aligned}x' &= 2x + y \\y' &= 3x + 4y\end{aligned} \quad \text{---> na tabuli.}$$

Příklad

$$\begin{aligned}x' &= 2x - y \\y' &= x + 2e^t\end{aligned} \quad \text{---> na tabuli.}$$

NUMERICE RESENI' P.C.

$$\begin{cases} \vec{y}'(t) = \vec{f}(t, \vec{y}(t)) \\ \vec{y}(t_0) = \vec{y}_0 \end{cases}$$

→ Princip

→ discretizare pe timp

→ rezolvare pe mulțimea discretelor de timp

→ cîl: discretizare $t_0, t_1, \dots, t_n$; $h_i = t_{i+1} - t_i$

↓
selecție $y_0, y_1, \dots, y_n$: $y_i \approx y(t_i)$

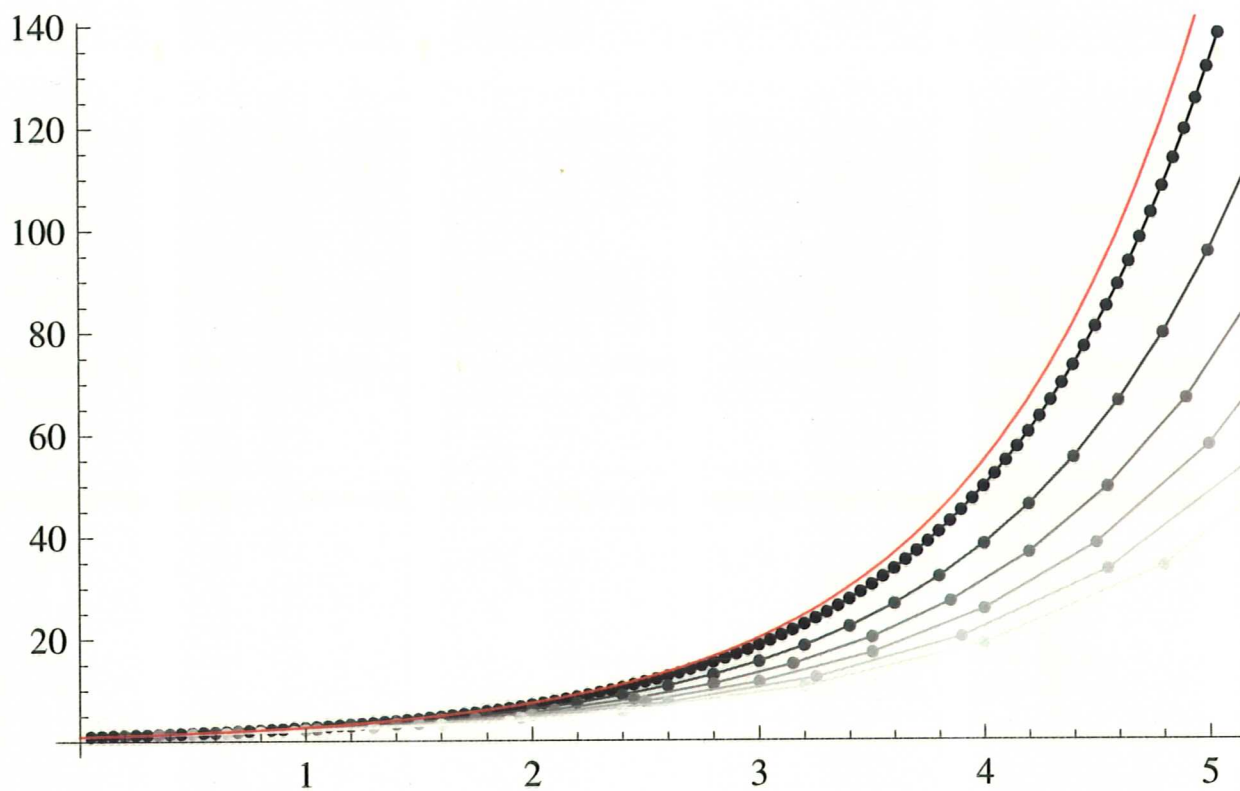
y_i se calculează pe baza $\begin{cases} y_{i-1}, y_{i-2}, \dots \\ x_{i-1}, \dots \end{cases}$

1. Metode

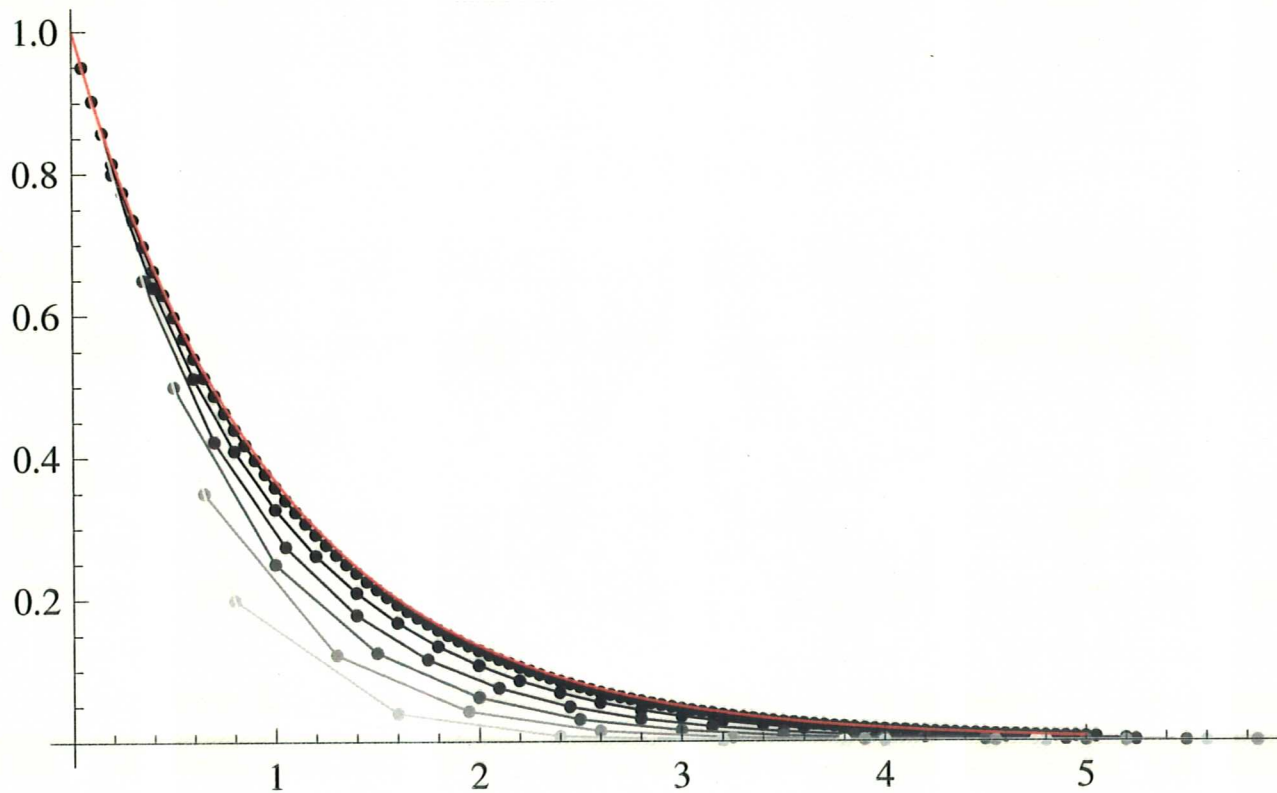
- EULEROVA METODA

→ rezolvare pe intervale $[t_i, t_{i+1})$ aproximăm
derivata prin diferențe (t_i, y_i) și evaluăm $f(t_i, y_i)$

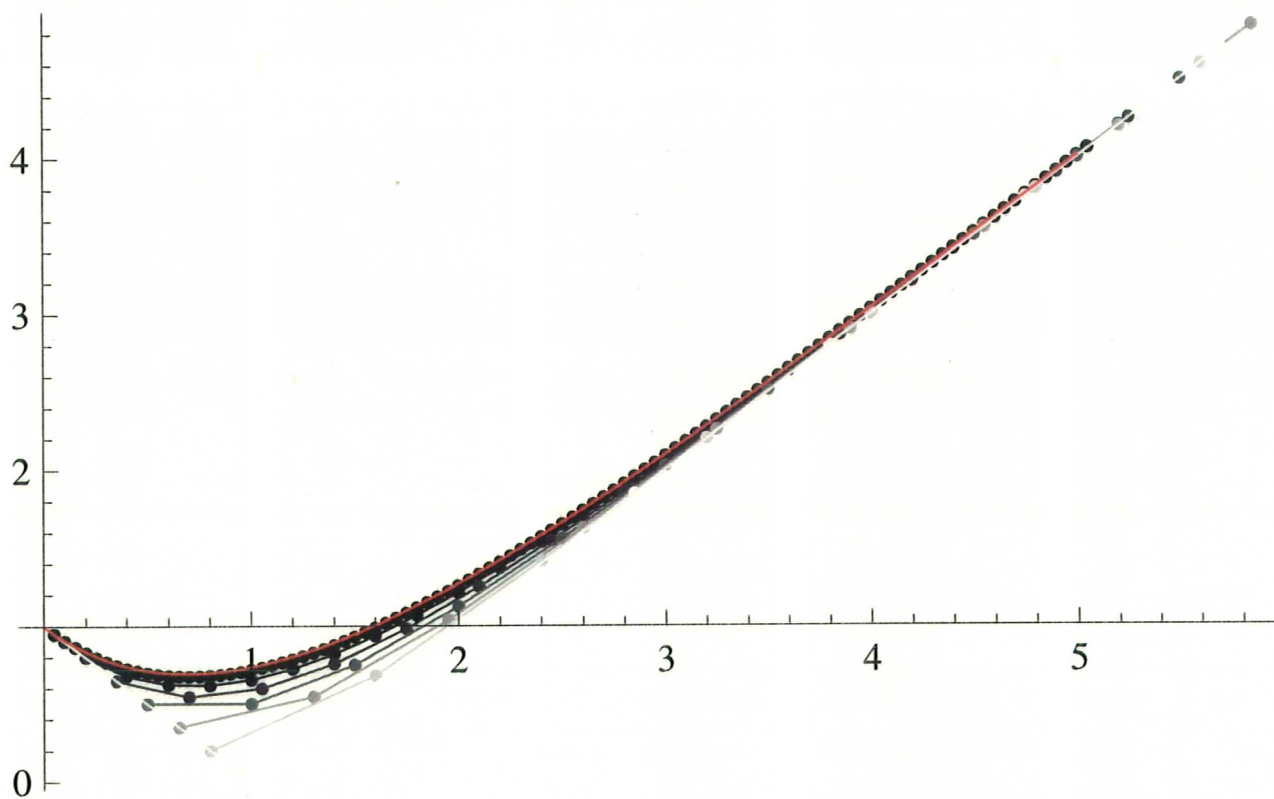
$$\vec{y}(t) = \vec{y}_{i+1} = \vec{y}_i + h \cdot \vec{f}(t_i, \vec{y}_i) \quad h = t_{i+1} - t_i$$
$$y(t) = y_i + t \cdot f(t_i, y_i)$$



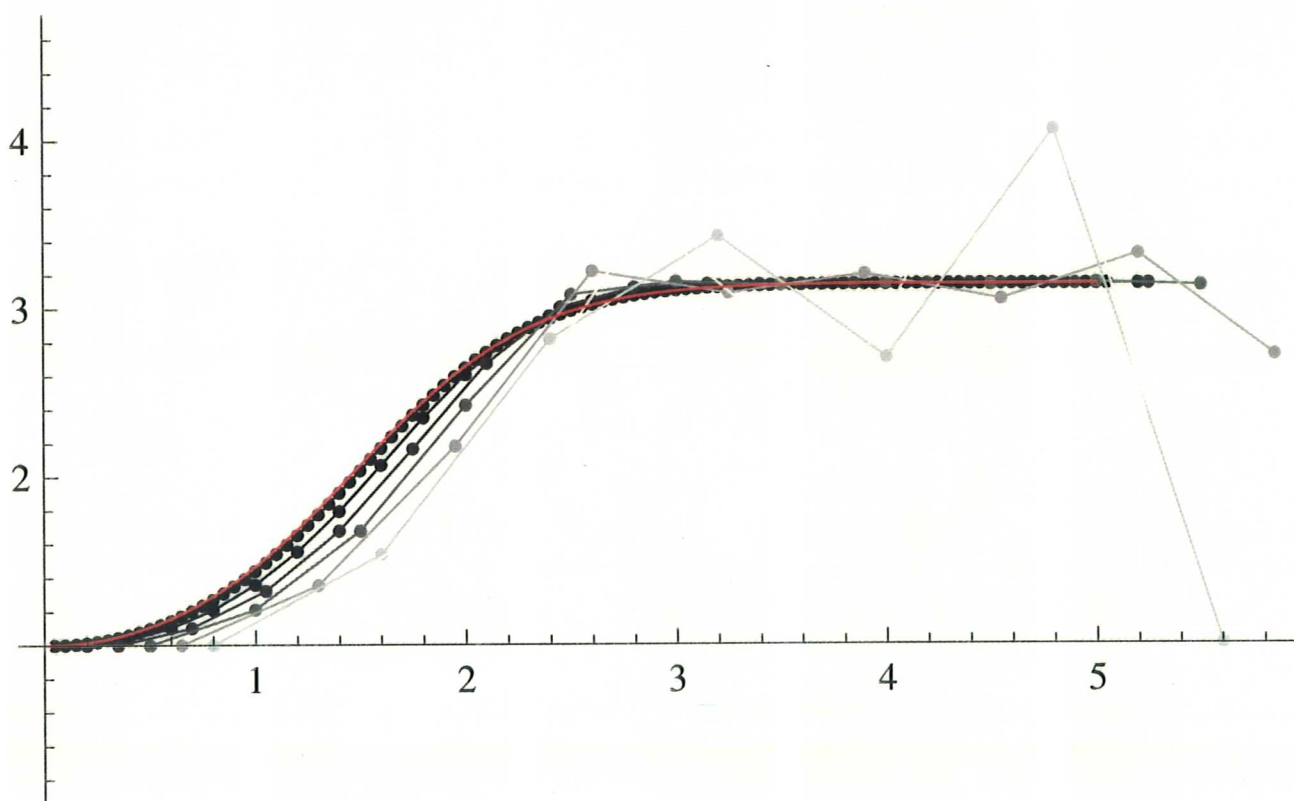
Obrázek 1: Numerická aproximace řešení rovnice $x'(t) = x(t)$, $x(0) = 1$



Obrázek 2: Numerická aproximace řešení rovnice $x'(t) = -x(t)$, $x(0) = 1$



Obrázek 3: Numerická aproximace řešení rovnice $x'(t) = -x(t) + t$, $x(0) = 1$



Obrázek 4: Numerická aproximace řešení rovnice $x'(t) = t \sin x(t)$, $x(0) = 1$

$$y(t_{i+1}) \simeq y(t_i) + y'(t_i)(t_{i+1} - t_i) =$$

$$= y(t_i) + f(t_i, y_i)h \quad \dots \text{1. řádek}$$

METODY TAYLOROVA TYPU

$$y(t_{i+1}) = y(t_i) + y'(t_i)h + \frac{y''(t_i)}{2}h^2 + \dots + \frac{y^{(p)}(t_i)}{p!}h^p$$

→ potřebujeme znát $y^{(i)}$, $i \geq 1$

$$y' = f(t, y)$$

$$y'' = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} f(t, y)$$

METODY TYPU RUNGE-KUTTA

→ založeno na T. rozvoji

→ místo výpočtu $y^{(i)}$, $i \geq 1$ volíme výpočet se strategicky zvolených bodů

Pr klasická metoda R-K

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6}$$

$$k_1 = f(t_n, y_n)$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2} \cdot k_1\right)$$

$$k_3 = \dots \quad k_4 = \dots$$

VÍCEKROKOVÉ METODY

2 výpočtu y_{i+1} používáme nč hodnot $(t_i, y_i), (t_{i-1}, y_{i-1}), \dots$

ADAMSOVY METODY

$$\begin{cases} y'(t) = f(t, y(t)) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

$$y(t) = y_0 + \int_{t_0}^t f(s, y(s)) ds$$

→ princip: aproximace

$$y_{i+1} = y_{i-1} + \int_{t_{i-1}}^{t_{i+1}} f(s, y(s)) ds$$

→ $y_{i+1} = y_{i-1} + 2h \cdot f(t_i, y_i)$ - obdĺľu 'širo' pravidlo