

1 - Domácí cvičení č. 1

Příklad 1.1. Určete všechna řešení homogenní soustavy lineárních rovnic.

1.

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 &= 0 \\3x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 11x_4 + 12x_5 &= 0 \\-4x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 18x_4 - x_5 &= 0 \\3x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 17x_4 + 2x_5 &= 0\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 2x_4 - 8x_5 &= 0 \\2x_1 + 4x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 13x_5 &= 0 \\-3x_1 - 6x_2 - 7x_3 + 6x_4 - 11x_5 &= 0 \\-x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 - 5x_5 &= 0\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 &= 0 \\3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 &= 0 \\-4x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 2x_4 &= 0 \\-x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 &= 0 \\2x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 &= 0\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 &= 0 \\2x_1 - x_2 - 13x_3 + 5x_4 - 12x_5 &= 0 \\-x_1 + x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 7x_5 &= 0 \\3x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 7x_5 &= 0 \\-2x_1 - 6x_2 - 8x_3 + 2x_4 - 2x_5 &= 0\end{aligned}$$

Příklad 1.2. Určete všechna řešení nehomogenní soustavy lineárních rovnic.

1.

$$\begin{aligned}2x_1 + 3x_2 - x_3 &= -12 \\x_1 + 2x_2 + x_3 &= 9 \\5x_1 + 8x_2 + 2x_3 &= 15\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 &= 1 \\3x_1 + 6x_2 - 4x_3 + 8x_4 + 17x_5 &= -2 \\-2x_1 - 4x_2 + x_3 - 6x_4 + x_5 &= -9 \\-x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 6x_5 &= -1 \\2x_1 + 4x_2 - x_3 + 9x_4 + 11x_5 &= 3 \\4x_1 + 8x_2 - 5x_3 + 8x_4 + 9x_5 &= 5.\end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 - x_5 &= 3 \\4x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 - x_5 &= 7 \\2x_1 - 4x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 6x_5 &= 6 \\3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 4x_5 &= 7 \\x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + 5x_5 &= 10.\end{aligned}$$

7.

$$\begin{aligned}3x_1 + 4x_2 + x_4 &= 6 \\x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \\5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 3x_4 &= 6 \\24x_1 + 30x_2 - 6x_3 + 12x_4 &= 35.\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 &= 5 \\-x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 &= -12 \\4x_1 + 6x_2 + x_3 + x_4 &= 13 \\2x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 10x_4 &= 9.\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 &= 2 \\3x_1 - 2x_2 + 8x_3 + 10x_4 + 10x_5 &= 6 \\2x_1 + 8x_3 + 6x_4 + 7x_5 &= 6 \\-4x_1 + 7x_2 - 2x_3 - 17x_4 - 10x_5 &= 8.\end{aligned}$$

6.

$$\begin{aligned}3x_1 + 4x_2 + x_4 &= 6 \\x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \\5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 3x_4 &= 6 \\24x_1 + 30x_2 - 6x_3 + 12x_4 &= 36.\end{aligned}$$

8.

$$\begin{aligned}-x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 &= 4 \\2x_1 + 4x_3 - x_4 &= 8 \\4x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 4x_4 &= 0 \\3x_1 - x_2 + x_3 &= 4.\end{aligned}$$

9.

$$\begin{aligned}x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 6x_4 + 2x_5 &= 2 \\x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 4x_5 &= 1 \\2x_1 + 5x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 &= 9.\end{aligned}$$

10.

$$\begin{aligned}3x_1 + 2x_2 + x_3 + 5x_4 - x_5 &= 2 \\3x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 &= 1 \\6x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 8x_4 + x_5 &= 3 \\3x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 + 5x_5 &= 0.\end{aligned}$$

Příklad 1.3. Určete všechna řešení soustavy lineárních rovnic v závislosti na parametru a .

1.

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + 2x_3 &= 3 \\2x_1 - 8x_2 + 7x_3 &= 18 \\-x_1 + (8 - 3a)x_2 + (8 - 3a)x_3 &= 10 - 3a.\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 &= 5 \\x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 + 5x_5 &= 7 \\2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 13x_4 + 3x_5 &= 20 \\(2a - 3)x_1 + 5x_3 - 3x_4 - x_5 &= 2a - 3.\end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 &= 1 \\2x_1 + ax_2 - 5x_3 - 2x_4 &= 11 \\-x_1 - x_2 + 3x_3 + ax_4 &= -7 \\3x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 4x_4 &= 6.\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + ax_3 &= 1 \\2x_1 + ax_2 + x_3 &= -3a \\-3x_1 + x_2 + 2x_3 &= -10.\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + x_5 &= -1 \\x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 &= a \\-2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 4x_4 - 7x_5 &= 8 \\3x_1 + 8x_2 + x_3 + 8x_4 + ax_5 &= 4.\end{aligned}$$

6.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 &= 5 \\2x_1 + 3x_2 + ax_3 - x_4 &= 14 \\ax_1 + 6x_3 - 3x_4 &= -6 \\-3x_1 - 4x_2 + 8x_3 - 8x_4 &= -16.\end{aligned}$$