2 - Domácí cvičení č. 2

Příklad 2.1. Určete hodnost matice $\mathbf{A}$.

1. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 & 7 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & -1 & 3 \\ -2 & -1 & 1 & 3 & -4 \\ 5 & 3 & 2 & 5 & 7 \end{bmatrix}$, 2. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 6 & -6 \\ -3 & 2 & 4 \\ 5 & 14 & -8 \\ 13 & 0 & -18 \\ -10 & 11 & 13 \end{bmatrix}$,

3. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 & -1 \\ 2 & 1 & 6 & -6 \\ 2 & -3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, 4. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 3 & 2 & -5 \\ -4 & 5 & 2 \\ 2 & 4 & -5 \\ -5 & 6 & 2 \end{bmatrix}$.

Příklad 2.2. Určete determinant matice $\mathbf{A}$.

1. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 14 \end{bmatrix}$, 2. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 2 & 4 & 5 \\ -1 & 3 & -4 \end{bmatrix}$,

3. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & 3 \\ -5 & 7 & 11 \end{bmatrix}$, 4. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -7 \\ -2 & -3 & 5 \\ 5 & 2 & -3 \end{bmatrix}$,

5. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$, 6. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & 4 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -3 & 9 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$,

7. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, 8. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 5 \\ -2 & -4 & 1 & 6 \end{bmatrix}$,

9. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 6 & 5 & 9 & 8 \\ 2 & 4 & 12 & -1 \\ 1 & 2 & 6 & -1 \end{bmatrix}$, 10. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 & 4 \\ -3 & -2 & 5 & -2 \\ 4 & 5 & -3 & 2 \\ 5 & 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$.

Příklad 2.3. Určete determinant matice $\mathbf{A}$.

1. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 6 \end{bmatrix}$, 2. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$,

3. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 & 2 & 4 \\ -3 & -2 & 4 & -3 & -2 \\ 4 & 6 & -3 & 4 & 6 \\ 5 & 6 & -3 & 5 & 4 \\ -2 & -4 & 2 & -3 & -5 \end{bmatrix}$, 4. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 6 & -5 & 7 & 7 \\ -3 & 2 & -4 & 4 & 5 \\ -5 & -7 & 5 & -6 & -7 \\ 2 & 3 & -3 & 4 & 3 \\ 6 & 5 & -8 & 7 & 8 \end{bmatrix}$.

Příklad 2.4. Jsou dány matice $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$. Určete $\det \mathbf{A}$, $\det \mathbf{B}$, $\det(\mathbf{AB})$, $\det(\mathbf{A}^T\mathbf{B})$, $\det(\mathbf{AB}^T)$.

1. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -2 & -3 & 5 \\ -4 & -9 & 8 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -2 & 4 & -3 \\ 5 & -7 & 1 \end{bmatrix}$,

2. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & 3 & -1 \\ 4 & -3 & -2 & 5 \\ 1 & -2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & -5 & 4 \\ 4 & 3 & -3 & 8 \\ -2 & -1 & 5 & -4 \end{bmatrix}$.

Příklad 2.5. Určete, pro která reálná x platí:

$$\det \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2-x^2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 9-x^2 \end{bmatrix} = 0\,.$$

Příklad 2.6. Určete, pro která reálná x platí:

$$\det \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & x \\ 3 & -1 & x & 7 \end{bmatrix} = x - 58\,.$$