5 - Domácí cvičení č. 5

Příklad 5.1. Rozhodněte, zda dané zobrazení je lineární.

1. $\mathcal{L}: \mathbb{R}_3 \longrightarrow \mathbb{R}_2$ dané předpisem
   $\mathcal{L}([a,b,c]^T) = [2a - b + c, a + b - 2c]^T$,

2. $\mathcal{L}: \mathbb{R}_4 \longrightarrow \mathbb{R}_2$ dané předpisem
   $\mathcal{L}([a,b,c,d]^T) = [a + b + 2c + 1 + d, a - 2b + c - d]^T$,

3. $\mathcal{L}: \mathbb{R}_3 \longrightarrow \mathbb{R}_5$ dané předpisem
   $\mathcal{L}([a,b,c]^T) = [a - b + c, 2a + b - c, a + b + c, a - b + 2c, 2a + b + 3c]^T$,

4. $\mathcal{L}: \mathbb{R}_3 \longrightarrow \mathbb{R}_3$ dané předpisem
   $\mathcal{L}([a,b,c]^T) = [a - b + 2c, -2a + 2b - c, -a + b + c]^T$,

5. $\mathcal{L}: \mathcal{P}_2 \longrightarrow \mathbb{R}_4$ dané předpisem
   $\mathcal{L}(ax^2 + bx + c) = [a - 2b + c, a + b + c, a + 4b + c, 2a - b + 2c]^T$,

6. $\mathcal{L}: \mathcal{P}_3 \longrightarrow \mathcal{M}_{2,2}$ dané předpisem
   $$\mathcal{L}(ax^3 + bx^2 + cx + d) = \begin{bmatrix} a - b + c - d & a + 2b - c + 2d \\ 2a + b + d & a - 4b + 3c - 4d \end{bmatrix}.$$

Příklad 5.2. Určete dimenzi a najděte alespoň jednu bázi jádra Ker$\mathcal{L}$ a obrazu Im$\mathcal{L}$.

1. $\mathcal{L}: \mathbb{R}_3 \longrightarrow \mathbb{R}_2$ dané předpisem
   $\mathcal{L}([a,b,c]^T) = [2a + 3b - c, 4a - b + 3c]^T$,

2. $\mathcal{L}: \mathbb{R}_3 \longrightarrow \mathbb{R}_5$ dané předpisem
   $\mathcal{L}([a,b,c]^T) = [a - b + 3c, b + c, 2a + b - c, 0, -a + b + 2c]^T$,

3. $\mathcal{L}: \mathbb{R}_3 \longrightarrow \mathbb{R}_3$ dané předpisem
   $\mathcal{L}([a,b,c]^T) = [a + 3b - c, -2a - b + 5c, -a + 2b + 4c]^T$,

4. $\mathcal{L}: \mathcal{P}_2 \longrightarrow \mathbb{R}_4$ dané předpisem
   $\mathcal{L}(ax^2 + bx + c) = [a + b - 4c, -2a + 2b + c, -a + 3b - 3c, 4b - 7c]^T$,

5. $\mathcal{L}: \mathcal{P}_3 \longrightarrow \mathcal{M}_{2,2}$ dané předpisem
   $$\mathcal{L}(ax^3 + bx^2 + cx + d) = \begin{bmatrix} a + 2b - c + d & -2a - b + 3c + d \\ -a + b + 2c + 2d & a + 5b + 4d \end{bmatrix}.$$

Příklad 5.3. Je dáno lineární zobrazení $\mathcal{L}: \mathcal{U} \longrightarrow \mathcal{V}$. Určete matici $\mathbf{A}$ zobrazení $\mathcal{L}$ v bázích $u_1, u_2, ...$ prostoru $\mathcal{U}$, $v_1, v_2, ...$ prostoru $\mathcal{V}$.

1. $\mathcal{L}: \mathbb{R}_3 \longrightarrow \mathbb{R}_2$ dané předpisem
   $\mathcal{L}([a,b,c]^T) = [a + 2b - 3c, 2a - b + 4c]^T$,
   $\mathbb{R}_3$: $u_1 = [1,1,0]^T$, $u_2 = [0,1,1]^T$, $u_3 = [1,0,1]^T$,
   $\mathbb{R}_2$: $v_1 = [1,2]^T$, $v_2 = [2,1]^T$,

2. $\mathcal{L}: \mathbb{R}_3 \longrightarrow \mathbb{R}_5$ dané předpisem
   $\mathcal{L}([a,b,c]^T) = [a + b + c, -2a + b - c, a - b + 2c, a + 2b - c, a - b - c]^T$,
   $\mathbb{R}_3$: $u_1 = [1,1,1]^T$, $u_2 = [0,1,1]^T$, $u_3 = [0,0,1]^T$,
   $\mathbb{R}_5$: $v_1 = [1,1,1,0,0]^T$, $v_2 = [0,1,1,1,0]^T$, $v_3 = [0,0,1,1,1]^T$, $v_4 = [1,0,0,1,1]^T$,
   $v_5 = [1,1,0,0,1]^T$,

3. $\mathcal{L}: \mathbb{R}_3 \longrightarrow \mathbb{R}_3$ dané předpisem
   $\mathcal{L}([a,b,c]^T) = [-a+2b-c, 2a-b-c, -a-b+2c]^T$,
   $\mathbb{R}_3$: $u_1 = [2,1,1]^T$, $u_2 = [1,2,1]^T$, $u_3 = [1,1,2]^T$,
   $\mathbb{R}_3$: $v_1 = [1,1,0]^T$, $v_2 = [1,0,1]^T$, $v_3 = [0,1,1]^T$,

4. $\mathcal{L}: \mathcal{P}_3 \longrightarrow \mathbb{R}_4$ dané předpisem
   $\mathcal{L}(ax^3+bx^2+cx+d) = [4a-2b+c+d, a+b-c+2d, 3a-3b+2c-d, 5a-b+3d]^T$,
   $\mathcal{P}_3$: $u_1 = x^3+1$, $u_2 = x^2+1$, $u_3 = x+1$, $u_4 = 1$,
   $\mathbb{R}_4$: $v_1 = [1,-1,1,-1]^T$, $v_2 = [1,-1,-1,1]^T$, $v_3 = [1,1,-1,-1]^T$, $v_4 = [1,1,1,-1]^T$,

5. $\mathcal{L}: \mathcal{P}_3 \longrightarrow \mathcal{M}_{2,2}$ dané předpisem
   $\mathcal{L}(ax^3+bx^2+cx+d) = \begin{bmatrix} a+2b-c+d & a-b+c-d \\ -2a+b-c+2d & 2b-c+2d \end{bmatrix}$,
   $\mathcal{P}_3$: $u_1 = x^3+x^2+x$, $u_2 = x^2+x+1$, $u_3 = x+1$, $u_4 = 1$,
   $\mathcal{M}_{2,2}$: $v_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $2_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $v_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $v_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.

Příklad 5.4. Je dáno lineární zobrazení $\mathcal{L}: \mathcal{U} \longrightarrow \mathcal{V}$. Určete matici **A** zobrazení $\mathcal{L}$ ve standardních bázích $e_1, e_2, \ldots$ prostoru $\mathcal{U}$, $f_1, f_2, \ldots$ prostoru $\mathcal{V}$ a matici **B** lineárního zobrazení $\mathcal{L}$ v bázích $u_1, u_2, \ldots$ prostoru $\mathcal{U}$, $v_1, v_2, \ldots$ prostoru $\mathcal{V}$.

1. $\mathcal{L}: \mathbb{R}_3 \longrightarrow \mathbb{R}_2$ dané předpisem
   $\mathcal{L}([a,b,c]^T) = [a+3b-c, -2a+2b+5c]^T$,
   $\mathbb{R}_3$: $e_1 = [1,0,0]^T$, $e_2 = [0,1,0]^T$, $e_3 = [0,0,1]^T$,
   $\mathbb{R}_2$: $f_1 = [1,0]^T$, $f_2 = [0,1]^T$,
   $\mathbb{R}_3$: $u_1 = [1,1,1]^T$, $u_2 = [0,1,2]^T$, $u_3 = [0,0,1]^T$,
   $\mathbb{R}_2$: $v_1 = [1,2]^T$, $v_2 = [2,1]^T$,

2. $\mathcal{L}: \mathbb{R}_3 \longrightarrow \mathbb{R}_5$ dané předpisem
   $\mathcal{L}([a,b,c]^T) = [a+b, b+c, a+c, a+2b+c, a+b+2c]^T$,
   $\mathbb{R}_3$: $e_1 = [1,0,0]^T$, $e_2 = [0,1,0]^T$, $e_3 = [0,0,1]^T$,
   $\mathbb{R}_5$: $f_1 = [1,0,0,0,0]^T$, $f_2 = [0,1,0,0,0]^T$, $f_3 = [0,0,1,0,0]^T$, $f_4 = [0,0,0,1,0]^T$,
   $f_5 = [0,0,0,0,1]^T$
   $\mathbb{R}_3$: $u_1 = [1,1,0]^T$, $u_2 = [0,1,1]^T$, $u_3 = [1,1,1]^T$,
   $\mathbb{R}_5$: $v_1 = [1,1,0,0,0]^T$, $v_2 = [0,1,1,0,0]^T$, $v_3 = [0,0,1,1,0]^T$, $v_4 = [0,0,0,1,1]^T$,
   $v_5 = [0,0,0,0,1]^T$,

3. $\mathcal{L}: \mathbb{R}_3 \longrightarrow \mathbb{R}_3$ dané předpisem
   $\mathcal{L}([a,b,c]^T) = [2a+b-c, -a+b+2c, a+2b+c]^T$,
   $\mathbb{R}_3$: $e_1 = [1,0,0]^T$, $e_2 = [0,1,0]^T$, $e_3 = [0,0,1]^T$,
   $\mathbb{R}_3$: $f_1 = [1,0,0]^T$, $f_2 = [0,1,0]^T$, $f_3 = [0,0,1]^T$,
   $\mathbb{R}_3$: $u_1 = [1,2,1]^T$, $u_2 = [2,1,1]^T$, $u_3 = [1,1,2]^T$,
   $\mathbb{R}_3$: $v_1 = [1,2,1]^T$, $v_2 = [2,1,1]^T$, $v_3 = [1,1,2]^T$,

4. $\mathcal{L}: \mathcal{P}_2 \longrightarrow \mathbb{R}_4$ dané předpisem
   $\mathcal{L}(ax^2+bx+c) = [a+b-c, a-b+c, -a+b+c, a+b+c]^T$,
   $\mathcal{P}_2$: $e_1 = x^2$, $e_2 = x$, $e_3 = 1$,
   $\mathbb{R}_4$: $f_1 = [1,0,0,0]^T$, $f_2 = [0,1,0,0]^T$, $f_3 = [0,0,1,0]^T$, $f_4 = [0,0,0,1]^T$,
   $\mathcal{P}_2$: $u_1 = x^2+x$, $u_2 = x+1$, $u_3 = x^2-x+1$,
   $\mathbb{R}_4$: $v_1 = [1,1,1,-1]^T$, $v_2 = [1,1,-1,1]^T$, $v_3 = [1,-1,1,1]^T$, $v_4 = [-1,1,1,1]^T$,

5. $\mathcal{L}\colon \mathcal{P}_3 \longrightarrow \mathcal{M}_{2,2}$ dané předpisem
$\mathcal{L}(ax^3+bx^2+cx+d) = \begin{bmatrix} a+2b-c+d & a-b+c-2d \\ -a+b+2c-d & a+b+c+d \end{bmatrix}$,
$\mathcal{P}_3$: $e_1 = x^3$, $e_2 = x^2$, $e_3 = x$, $e_4 = 1$,
$\mathcal{M}_{2,2}$: $f_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $f_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $f_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $f_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,
$\mathcal{P}_3$: $u_1 = x^3 - x^2 + x - 1$, $u_2 = x^3 + x^2 + x + 1$, $u_3 = x^3 + x^2 - x + 1$, $u_4 = -x^3 + x^2 + x - 1$,
$\mathcal{M}_{2,2}$: $v_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $v_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $v_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $v_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.

Příklad 5.5. Jsou dána lineární zobrazení:
$\mathcal{L}_1\colon \mathbb{R}_3 \longrightarrow \mathcal{P}_1$ předpisem $\mathcal{L}_1([a,b,c]^T) = (2a-b+3c)x + (a+b-2c)$,
$\mathcal{L}_2\colon \mathcal{P}_1 \longrightarrow \mathbb{R}_4$ předpisem $\mathcal{L}_2(ax+b) = [a+b, a-2b, -a+3b, a-b]^T$.
Určete:

a) složené zobrazení $\mathcal{L}\colon \mathbb{R}_3 \longrightarrow \mathbb{R}_4$,

b) matici $\mathbf{A}_1$ zobrazení $\mathcal{L}_1$ ve standardních bázích $e_1 = [1,0,0]^T$, $e_2 = [0,1,0]^T$,$e_3 = [0,0,1]^T$ prostoru $\mathbb{R}_3$, $p_1 = x$, $p_2 = 1$ prostoru $\mathcal{P}_1$
matici $\mathbf{A}_2$ zobrazení $\mathcal{L}_2$ ve standardních bázích $p_1 = x$, $p_2 = 1$ prostoru $\mathcal{P}_1$, $b_1 = [1,0,0,0]^T$, $b_2 = [0,1,0,0]^T$,$b_3 = [0,0,1,0]^T$, $b_4 = [0,0,0,1]^T$ prostoru $\mathbb{R}_4$,

c) matici $\mathbf{A}$ složeného zobrazení $\mathcal{L}$ ve standardních bázích $e_1 = [1,0,0]^T$, $e_2 = [0,1,0]^T$,$e_3 = [0,0,1]^T$ prostoru $\mathbb{R}_3$, $b_1 = [1,0,0,0]^T$, $b_2 = [0,1,0,0]^T$, $b_3 = [0,0,1,0]^T$, $b_4 = [0,0,0,1]^T$ prostoru $\mathbb{R}_4$,

d) určete matici $\mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{A}_1$,

e) matici $\mathbf{B}_1$ zobrazení $\mathcal{L}_1$ v bázích $v_1 = [1,2,1]^T$, $v_2 = [2,1,1]^T$,$v_3 = [1,1,2]^T$ prostoru $\mathbb{R}_3$, $q_1 = x+3$, $q_2 = -x+2$ prostoru $\mathcal{P}_1$
matici $\mathbf{B}_2$ zobrazení $\mathcal{L}_2$ v bázích $q_1 = x+3$, $q_2 = -x+2$ prostoru $\mathcal{P}_1$, $y_1 = [1,1,1,-2]^T$, $y_2 = [1,1,-2,1]^T$,$y_3 = [1,-2,1,1]^T$, $y_3 = [-2,1,1,1]^T$ prostoru $\mathbb{R}_4$,

f) matici $\mathbf{B}$ složeného zobrazení $\mathcal{L}$ v bázích $v_1 = [1,2,1]^T$, $v_2 = [2,1,1]^T$,$v_3 = [1,1,2]^T$ prostoru $\mathbb{R}_3$, $y_1 = [1,1,1,-2]^T$, $y_2 = [1,1,-2,1]^T$, $y_3 = [1,-2,1,1]^T$, $y_4 = [-2,1,1,1]^T$ prostoru $\mathbb{R}_4$,

g) určete matici $\mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{B}_1$.

Příklad 5.6. Jsou dána lineární zobrazení:
$\mathcal{L}_1\colon \mathbb{R}_3 \longrightarrow \mathcal{M}_{2,2}$ předpisem $\mathcal{L}_1([a,b,c]^T) = \begin{bmatrix} a+2b & b+2c \\ a-c & a+b+c \end{bmatrix}$,
$\mathcal{L}_2\colon \mathcal{M}_{2,2} \longrightarrow \mathcal{P}_1$ předpisem $\mathcal{L}_2(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}) = (a+b-c-d)x + (a-b+2c-3d)$.
Určete:

a) složené zobrazení $\mathcal{L}\colon \mathbb{R}_3 \longrightarrow \mathcal{P}_1$,

b) matici $\mathbf{A}_1$ zobrazení $\mathcal{L}_1$ ve standardních bázích $e_1 = [1,0,0]^T$, $e_2 = [0,1,0]^T$, $e_3 = [0,0,1]^T$ prostoru $\mathbb{R}_3$, $p_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $p_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $p_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $p_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ prostoru $\mathcal{M}_{2,2}$
matici $\mathbf{A}_2$ zobrazení $\mathcal{L}_2$ ve standardních bázích $p_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $p_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $p_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $p_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ prostoru $\mathcal{M}_{2,2}$, $b_1 = x$, $b_2 = 1$ prostoru $\mathcal{P}_1$,

c) matici $\mathbf{A}$ složeného zobrazení $\mathcal{L}$ ve standardních bázích $e_1 = [1,0,0]^T$, $e_2 = [0,1,0]^T$, $e_3 = [0,0,1]^T$ prostoru $\mathbb{R}_3$, $b_1 = x$, $b_2 = 1$ prostoru $\mathcal{P}_1$,

d) určete matici $\mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{A}_1$,

e) matici $\mathbf{B}_1$ zobrazení $\mathcal{L}_1$ v bázích $v_1 = [1,2,3]^T$, $v_2 = [2,3,1]^T$, $v_3 = [3,1,2]^T$ prostoru $\mathbb{R}_3$, $q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $q_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $q_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $q_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ prostoru $\mathcal{M}_{2,2}$
matici $\mathbf{B}_2$ zobrazení $\mathcal{L}_2$ v bázích $q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $q_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $q_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $q_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ prostoru $\mathcal{M}_{2,2}$, $y_1 = x - 3$, $y_2 = 2x + 1$ prostoru $\mathcal{P}_1$,

f) matici $\mathbf{B}$ složeného zobrazení $\mathcal{L}$ v bázích $v_1 = [1,2,3]^T$, $v_2 = [2,3,1]^T$, $v_3 = [3,1,2]^T$ prostoru $\mathbb{R}_3$, $y_1 = x - 3$, $y_2 = 2x + 1$ prostoru $\mathcal{P}_1$,

g) určete matici $\mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{B}_1$.

Příklad 5.7. Jsou dána lineární zobrazení:
$\mathcal{L}_1 \colon \mathbb{R}_4 \longrightarrow \mathcal{M}_{2,3}$ předpisem $\mathcal{L}_1([a,b,c,d]^T) = \begin{bmatrix} a+b & b-c & c+d \\ a+c & b+d & b+c \end{bmatrix}$,
$\mathcal{L}_2 \colon \mathcal{M}_{2,3} \longrightarrow \mathcal{P}_2$ předpisem $\mathcal{L}_2(\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}) = (a-c+2e)x^2 + (b+d-f)x + (a+b+c+d+e+f)$.
Určete:

a) složené zobrazení $\mathcal{L} \colon \mathbb{R}_4 \longrightarrow \mathcal{P}_2$,

b) matici $\mathbf{A}_1$ zobrazení $\mathcal{L}_1$ ve standardních bázích
$e_1 = [1,0,0,0]^T$, $e_2 = [0,1,0,0]^T$, $e_3 = [0,0,1,0]^T$, $e_4 = [0,0,0,1]^T$ prostoru $\mathbb{R}_4$,
$p_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $p_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $p_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $p_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $p_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$,
$p_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ prostoru $\mathcal{M}_{2,3}$
matici $\mathbf{A}_2$ zobrazení $\mathcal{L}_2$ ve standardních bázích
$p_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $p_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $p_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $p_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $p_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$,
$p_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ prostoru $\mathcal{M}_{2,3}$,
$b_1 = x^2$, $b_2 = x$, $b_3 = 1$, prostoru $\mathcal{P}_2$,

c) matici $\mathbf{A}$ složeného zobrazení $\mathcal{L}$ ve standardních bázích
$e_1 = [1,0,0,0]^T$, $e_2 = [0,1,0,0]^T$, $e_3 = [0,0,1,0]^T$, $e_4 = [0,0,0,1]^T$ prostoru $\mathbb{R}_4$,
$b_1 = x^2$, $b_2 = x$, $b_3 = 1$, prostoru $\mathcal{P}_2$,

d) určete matici $\mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{A}_1$,

e) matici $\mathbf{B}_1$ zobrazení $\mathcal{L}_1$ v bázích
$v_1 = [1,2,3,0]^T$, $v_2 = [0,1,2,3]^T$, $v_3 = [2,1,3,0]^T$, $v_4 = [3,0,1,2]^T$ prostoru $\mathbb{R}_4$,
$q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $q_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $q_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $q_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $q_5 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$,
$q_6 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ prostoru $\mathcal{M}_{2,3}$
matici $\mathbf{B}_2$ zobrazení $\mathcal{L}_2$ v bázích
$q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $q_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $q_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $q_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $q_5 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$,

$q_6 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ prostoru $\mathcal{M}_{2,3}$,
$y_1 = x^2 + 2x + 1$, $y_2 = 2x^2 + x - 1$, $y_3 = -x^2 + x + 1$ prostoru $\mathcal{P}_2$,

f) matici $\mathbf{B}$ složeného zobrazení $\mathcal{L}$ v bázích
$v_1 = [1, 2, 3, 0]^T$, $v_2 = [0, 1, 2, 3]^T$,$v_3 = [2, 1, 3, 0]^T$, $v_4 = [3, 0, 1, 2]^T$ prostoru $\mathbb{R}_4$,
$y_1 = x^2 + 2x + 1$, $y_2 = 2x^2 + x - 1$, $y_3 = -x^2 + x + 1$ prostoru $\mathcal{P}_2$,

g) určete matici $\mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{B}_1$.