1. ZÁKLADNÍ POJMY A ZÁKONY TEORIE ELEKTROMAGNETICKÉHO POLE

1.1. Vznik a vývoj teorie elektromagnetického pole. Fyzikální podstata elektromagnetického pole

Elektromagnetické jevy jsou soustavně zkoumány od konce 18. stol. Na odhalování zákonitostí těchto jevů se podílela řada význačných fyziků, jako např. Ch. A. Coulomb, A. Volta, A.M. Ampére, H. Ch. Oersted, J.F.Biot, F.Savart, G.S.Ohm a G. R. Kirchhoff. Zdrojem nových názorů o elektřině a magnetizmu byly experimentální objevy Michaele Faradaye, který r. 1831 objevil zákon elektromagnetické indukce. Hloubavý duch Faradayův se nespokojil s odhalováním jevů – snažil se vysvětlit jejich fyzikální podstatu. Za jednu z největších ve fyzice se považuje revoluční myšlenka, že na rozdíl od newtonské představy o působení „do dálky“ Faraday ukázal, že celý prostor cosi vyplňuje, co zprostředkuje působení od místa k místu. Jde tedy působení „do blízka“ a to konečnou rychlostí. Faraday nebyl matematicky školen a nesnažil se svoje představy vyjádřit matematicky. Této úlohy se ujal James Clerk Maxwell, který Faradayovy poznatky geniálním způsobem zobecnil a matematicky zpracoval. Maxwell rozvinul Faradayem naznačený pojem *elektromagnetického pole* a pro všechny do té doby zjištěné elektromagnetické jevy formuloval několik obecných časově-prostorových zákonů, které matematicky popsal rovnicemi. Na jeho počest se dnes nazývají *Maxwellovy rovnice.*

I když se v době Faradaye a Maxwella nepodařilo uspokojivě vysvětlit fyzikální podstatu elektromagnetického pole, bylo zřejmé, že elektromagnetické pole reálně existuje a že není pouhým prázdným prostorem, v němž probíhají elektrické a magnetické jevy. Teprve další poznatky – zasloužili se o ně zejména H. Hertz, O. Heaviside, J.H. Poynting, P.N.Lebeděv a další – a především speciální teorie relativity formulovaná v r. 1905 A. Einsteinem ukázaly, že elektromagnetické pole má vlastnosti hmoty, tj. je nositelem energie a má hmotnost a tedy i hybnost, pro kteréžto veličiny platí zákon zachování), tedy ty z nejdůležitějších atributů, které náleží každé látce. Dospělo se k poznatku, že *elektromagnetické pole je jednou z forem hmoty.*

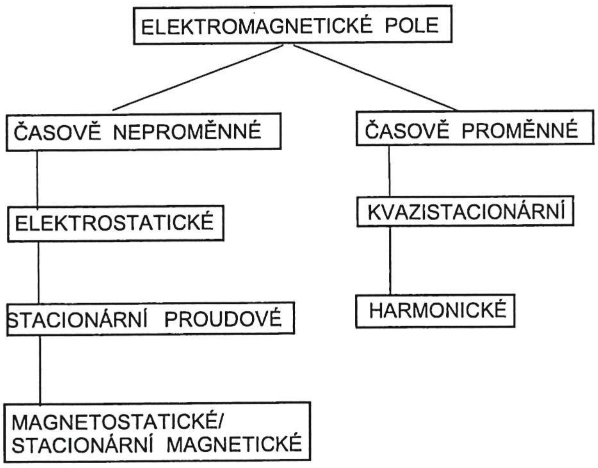
1.2. Základní pojmy a problémy teorie elektromagnetického pole

Elektromagnetické pole je rozloženo v prostoru a může se měnit s časem. Veličiny, které toto pole popisují, jsou tedy obecně funkcí času a tří geometrických souřadnic.

Podle *časového průběhu* rozlišujeme:

1. Pole ***časově neproměnné***. Jsou-li náboje v klidu, budeme hovořit o poli statickém, jsou-li v rovnoměrném pohybu (tj. tvoří-li elektrický proud), jde o ***pole stacionární***.
2. Pole ***časově proměnné*** čili ***nestacionární.*** Jestliže se elektromagnetické pole mění s časem pomalu, nazýváme jej *kvazistacionárním.* Jestliže se s časem mění periodicky, říkáme, že je *v ustáleném stavu.* Speciálním případem je harmonický ustálený stav, takové pole nazýváme *harmonicky proměnné*, které se s časem mění podle sinové nebo kosinové funkce. Přechází-li z jednoho ustáleného stavu do druhého, dochází k jeho *neustálenému (přechodnému) stavu.* Tento případ nastane tehdy, když zdroje pole změní své parametry, resp. svou polohu v prostoru.

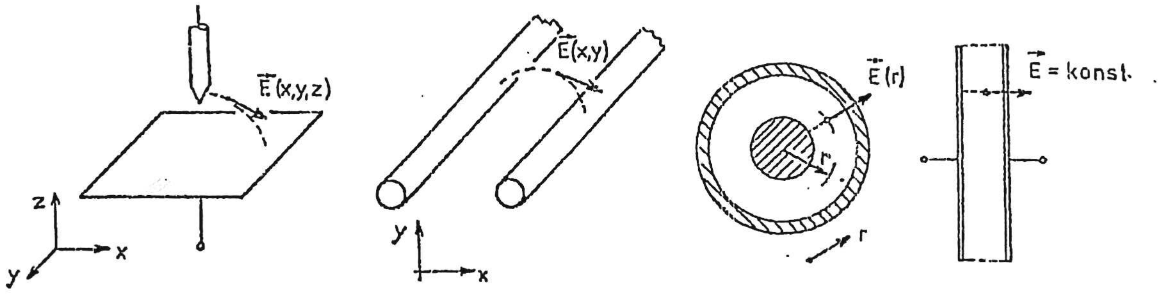
Rozdělení elektromagnetického pole podle časového průběhu



Podle *prostorového průběhu* rozlišujeme:

1. *Trojrozměrné (trojdimenzionální, prostorové) pole*, jestliže veličiny charakterizující pole jsou funkcemi tří geometrických souřadnic. Označení: 3D pole.
2. *Dvojrozměrné (dvojdimenzionální pole)*, jestliže veličiny charakterizující pole jsou funkcemi dvou geometrických souřadnic. Dvojrozměrné pole je např. pole rovinné (je funkcí souřadnic x, y), nebo pole rotačně symetrické (je funkcí souřadnic r, z). Označení: 2D pole.
3. *Jednorozměrné (jednodimenzionální) pole*, jestliže veličiny charakterizující pole jsou funkcí jedné geometrické souřadnice (např. x nebo r). Označení: 1D pole
4. *Homogenní pole*, jestliže veličiny charakterizující pole jsou v kterémkoliv bodě uvažované oblasti prostoru tytéž (tj. jsou nezávislé na geometrických souřadnicích).

Na obr. 1 jsou znázorněny čtyři příklady elektrostatického pole a to pole 3D, 2D, 1D a homogenního.



3D — jiskřiště hrot-deska

2D — dvouvodičové vedení

1D — koaxiální kabel

homogenní pole — ideální deskový kondenzátor (okrajový jev zanedbán)

Problémy, které řešíme v teorii elektromagnetického pole, dělíme na dvě základní úlohy:

1. *Analýza pole:* je dáno časoprostorové rozmístění zdrojů pole (tj. elektrických nábojů a proudů), určujeme veličiny, které charakterizují časové a prostorové rozložení pole. Problém analýzy má (z fyzikálního hlediska) jediné řešení.
2. *Syntéza pole:* v jisté prostorové oblasti je dán (předepsán) časoprostorový průběh pole. Určujeme prostorové rozmístění a časový průběh zdrojů pole. Syntéza zpravidla nemá jediné řešení, předepsané pole lze realizovat více (často nekonečně mnoha) způsoby rozmístění zdrojů, různě časově proměnných, anebo je realizovat nelze.

1.3. Elektromagnetické pole: veličiny a jejich jednotky

V teorii elektromagnetického pole používáme skalární i vektorové veličiny, v následující části si uvedeme základní veličiny jako jsou elektrický náboj, intenzita elektrického pole, magnetická indukce a další.

1.3.1 Základní veličiny – elektrický náboj, elektrický proud

Elektrický náboj Q

je skalární veličinou, jednotkou je *coulomb* [C]. Má kvantový charakter (tj. náboj je vždy roven celistvému násobku velikosti elementárního náboje e = $1{,}602.10^{-19}$C), v technických aplikacích k tomu nepřihlížíme. Náboj má kladnou nebo zápornou polaritu.

Je-li náboj Q soustředěn do jednoho bodu, nazýváme ho bodovým nábojem. Je-li náboj spojitě rozložen v jisté oblasti (v objemu V, na ploše S nebo podél křivky l), pak definujeme následující měrné veličiny:

- *objemová hustota náboje* ρ - udává prostorové rozložení náboje v objemu V,

(1.1) $$\rho = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}V} \qquad [\mathrm{Cm}^{-3}]$$

- *plošná hustota náboje* σ - udává plošné rozložení náboje na ploše S,

(1.2) $$\sigma = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}S} \qquad [\mathrm{Cm}^{-2}]$$

- *lineární hustota náboje* τ - udává lineární rozložení náboje na křivce l,

(1.3) $$\tau = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}l} \qquad [\mathrm{Cm}^{-1}].$$

Je-li ***náboj rozložen rovnoměrně***, pak pro hustoty náboje platí:

$$\rho = \frac{Q}{V} = konst. \qquad \sigma = \frac{Q}{S} = konst. \qquad \tau = \frac{Q}{l} = konst.$$

Rozlišujeme
- *volné náboje* (např. volné elektrony v kovech nebo ionty v elektrolytech), které se v látce mohou pohybovat v makroskopických vzdálenostech
- *vázané náboje* (vznikají např. při polarizaci dielektrika), jsou vázány vnitřními silami uvnitř atomu, molekul apod. a mohou se pohybovat pouze v mikroskopických vzdálenostech

Elektrický proud *I* resp. *i*

je skalární veličina definována uspořádaným pohybem kladných elektrických nábojů. Projde-li průřezem vodiče S za čas t náboj Q, prochází jím proud

(1.4) $$i = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$$

Pohybují-li se náboje rovnoměrně, jedná se o *proud stejnosměrný*, $I(t) = I =$ konst. a platí

(1.5) $$I = \frac{Q}{t}$$

1.3.2 Stavové vektory elektromagnetického pole

Experimentálně lze elektromagnetické pole prokázat silovým působením na elektricky nabité částice. Celkovou sílu působící na náboj Q lze rozložit na sílu elektrickou $\mathbf{F}_e$ a sílu magnetickou $\mathbf{F}_m$. Elektrická síla nezávisí na tom, zda je nabitá částice v klidu či v pohybu vůči vztažné soustavě, magnetická síla působí pouze na pohybující se nabité částice. Elektromagnetické pole má tedy dvě složky: *elektrické pole* působící na náboj silou $\mathbf{F}_e$ a *magnetické pole* působící na ***pohybující se náboj*** silou $\mathbf{F}_m$. Pomocí těchto dvou sil definujeme základní veličiny charakterizující elektrické a magnetické pole.

Intenzita elektrického pole **E** je vektorovou veličinou, je definována jako síla působící na kladný jednotkový náboj Q

(1.6) $$E = \frac{F_e}{Q}$$ [V/m]

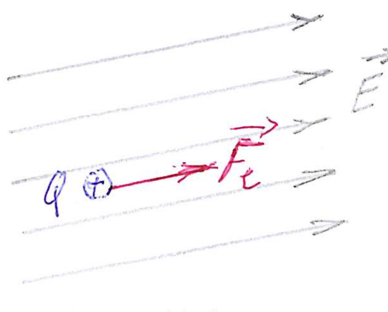
Magnetická indukce **B** je vektorovou veličinou charakterizující magnetické pole, je definována vztahem

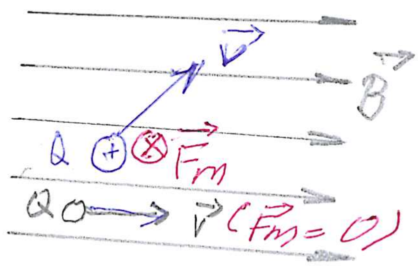
(1.7) $$\mathbf{F}_m = Q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

kde $\mathbf{F}_m$ je magnetická síla působící na náboj Q pohybující se rychlostí ***v***. Jednotkou magnetické indukce je tesla [T].

Celková síla, kterou působí elektromagnetické pole na pohybující se náboj Q, se nazývá *Lorentzova síla* a určíme ji z vektorové rovnice – obr.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_m = Q[\mathbf{E} + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})]$$





Z této rovnice vyplývá:

- vektor **E** je ve směru nebo proti směru působení $\mathbf{F}_e$ (závisí na polaritě náboje Q)
- vektor **B** je kolmý na rovinu tvořenou vektory $\mathbf{F}_m$ a **v**
- pohybuje-li se náboj ve směru vektoru **B**, je síla $\mathbf{F}_m$ nulová

Body prostoru, v nichž jsou veličiny **E** a **B** spojité a spojitě diferencovatelné funkce polohy, nazýváme *regulárními body* elektrického a magnetického pole. Regulární nejsou např. body na rozhraní dvou různých prostředí. Regulární rovněž nejsou body, v nichž jsou umístěny bodové náboje nebo proudová vlákna.

Intenzita elektrického pole a magnetická indukce dostatečně charakterizují elektromagnetické pole ve vakuu. V látkovém prostředí zavádíme ještě další vektorové veličiny, které vyjadřují vliv prostředí. Působení elektrického pole v izolantech charakterizuje elektrická indukce **D,** ve vodičích proudová hustota **J.** V magnetickém poli definujeme pomocí vektoru magnetické indukce B ještě vektor intenzity magnetického pole **H**.

Elektrická indukce **D** je dána vztahem

(1.8) $$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \qquad [\mathrm{Cm}^{-2}]$$

kde veličina ε vyjadřuje elektrické vlastnosti prostředí (schopnost látky se polarizovat) a nazývá se *permitivita*

Intenzita magnetického pole **H** je definována vztahem

(1.9) $$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu} \qquad [\mathrm{Am}^{-1}]$$

kde veličina μ charakterizuje magnetické vlastnosti prostředí (schopnost látky se magnetovat) a nazývá se *permeabilita*

Proudová hustota **J** je vázána s intenzitou elektrického pole *Ohmovým zákonem v diferenciálním tvaru*

(1.10) $$\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E} \qquad [\mathrm{Am}^{-2}]$$

kde γ se nazývá *konduktivita* a vyjadřuje schopnost látky vést elektrický proud. Převrácená hodnota konduktivity $\rho = 1/\gamma$ je resistivita.

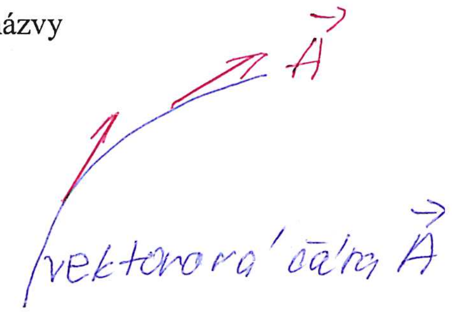
Hustotu elektrického proudu **J** lze definovat také pomocí objemové hustoty pohybujícího se kladného náboje a jeho rychlosti **v**

(1.11) $$\mathbf{J} = \rho \mathbf{v} \qquad [\mathrm{Am}^{-2}]$$

Vektorové veličiny **E, D, J. B** a **H** charakterizují rozložení elektromagnetického pole v libovolném bodě prostoru, jsou to *veličiny lokální*, jsou také nazývány *stavovými vektory* elektromagnetického pole.

Rozložení elektromagnetického pole v prostoru lze graficky znázornit soustavou *vektorových čar.* ***Vektorová čára libovolného vektoru*** **A** je linie, v jejímž každém bodě má vektor **A** směr tečny. V teorii elektromagnetického pole používáme následující názvy

vektorová čára		název
intenzity EP	**E**	elektrická siločára
intenzity MP	**H**	magnetická siločára
elektrické indukce	**D**	elektrická indukční čára
Magnetické indukce	**B**	magnetická indukční čára
proudová hustota	**J**	Proudová čára



1.3.3 Integrální veličiny elektromagnetického pole

Kromě lokálních veličin lze charakter pole vyjádřit pomocí *veličin integrálních.* Ke každému stavovému vektoru zavádíme jednu veličinu definovanou pomocí křivkového nebo plošného integrálu. Dělíme je na

- *napětí* – získáme je výpočtem křivkového integrálu
- *toky* – získáme je výpočtem plošného integrálu

Elektrické napětí mezi body MN je dáno křivkovým integrálem z vektoru **E**

$$U_{MN} = \int_{M}^{N} \boldsymbol{E}\,\mathrm{d}\boldsymbol{l} \qquad \text{[V]} \tag{1.12}$$

Magnetické napětí mezi body MN je dáno křivkovým integrálem z vektoru **H**

$$U_{mMN} = \int_{M}^{N} \boldsymbol{H}\mathrm{d}\boldsymbol{l} \qquad \text{[A]} \tag{1.13}$$

Elektrický indukční tok je tok vektoru **D** orientovanou plochou S

$$\Psi = \int_{S} \boldsymbol{D}\,\mathrm{d}S \qquad \text{[C]} \tag{1.14}$$

Magnetický indukční tok je tok vektoru **B** orientovanou plochou S

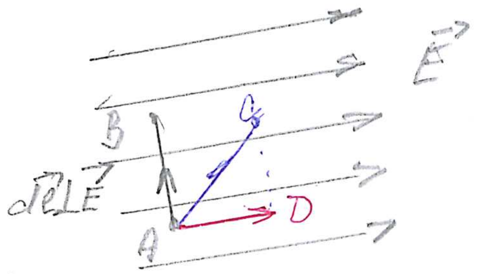
$$\Phi = \int_{S} \boldsymbol{B}\,\mathrm{d}S \qquad \text{[Wb]} \tag{1.15}$$

Elektrický proud je tok vektoru **J** orientovanou plochou S

$$I = \int_{S} \boldsymbol{J}\,\mathrm{d}S \qquad \text{[A]} \tag{1.16}$$

Při výpočtu integrálních veličin integrujeme vždy *skalární součin vektoru pole a elementárního vektoru* dráhy $\mathrm{d}\ell$ či plochy $\mathrm{d}\boldsymbol{S}$, hodnota integrální veličiny proto závisí na vzájemné poloze vektoru pole a elementárního vektoru.

Příklad: Vypočtěte hodnotu elektrického napětí mezi body AB, AC, AD – obr. Body leží v homogenním elektrickém poli o intenzitě **E**

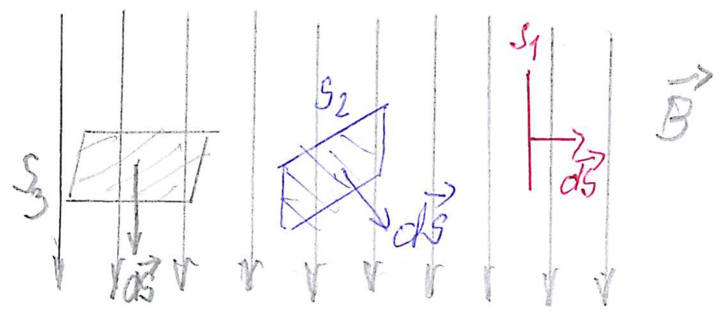


Řešení:

$U_{AB} = 0$ vektor **E** je kolmý k vektoru $\mathrm{d}\ell$

$U_{AC} = U_{AD} = \mathrm{E}.d$ průmět dráhy AC do dráhy AD = d je rovnoběžný s vektorem **E**

Příklad: Vypočtěte hodnotu magnetického indukčního toku procházejícího čtvercovým závitem o straně d umístěného v homogenním magnetickém poli o indukci **B** podle obr.



Řešení:

$\Phi_{S1} = 0$	vektor **B** je kolmý k vektoru d$\boldsymbol{S}_1$
$\Phi_{S2} = B.d^2$	vektor **B** je rovnoběžný s vektorem d$\boldsymbol{S}_2$
$\Phi_{S3} = B.\, d^2\cos\alpha$	průmět plochy S_3 do směru rovnoběžného s vektorem **B**

1.3.4 Vírovost a zřídlovost vektorového pole

Kromě výše uvedených integrálních veličin – napětí a toků – jsou velmi důležitou charakteristikou vektorového pole hodnota *křivkového integrálu z vektoru podél uzavřené křivky* a *toku vektoru uzavřenou plochu*. Hodnoty těchto integrálů určují charakter vektorového pole, zda je vírové či nevírové, případně zřídlové či nezřídlové.

***Vírové vektorové pole*:** Hodnota křivkového integrálu vektoru po uzavřené křivce c se nazývá *cirkulace*. Je-li cirkulace vektoru nulová, jeho pole je *nevírové*, je-li cirkulace vektoru nenulová, jedná se o pole *vírové*.

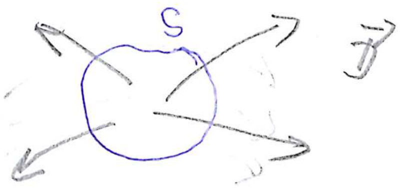
***Zřídlové vektorové pole*:** Je-li tok vektoru uzavřenou plochu S nulový, je vektorové pole *nezřídlové*, v opačném případě *zřídlové*.

Vírovost či *zřídlovost* vektorového pole je důležitá vlastnost, která udává jednak *charakter zdrojů pole* (obecně víry či zřídla) a jednak *tvar vektorových čar* (zda jsou to uzavřené nebo neuzavřené linie).

***Příklad*:**

Na obr a) jsou znázorněny vektorové čáry vektoru **D,** pro který platí

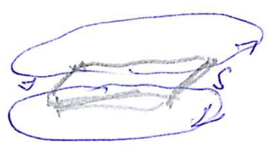
$$\oint_{\boldsymbol{S}} \mathbf{D}\, \mathrm{d}\boldsymbol{S} \neq 0$$



Pole vektoru **D** je zřídlové, vektorové čáry nejsou uzavřené, vycházejí z místa, které nazýváme „zřídlem" pole. V elektrickém poli jsou zřídly (čili zdrojem) elektrické náboje.

Na obr. b) jsou nakresleny vektorové čáry vektoru **B**, pro který platí

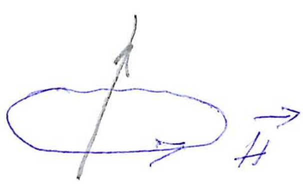
$$\oint_{\boldsymbol{S}} \mathbf{B}\, \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0$$



Pole vektoru **B** je nezřídlové, vektorové čáry uzavřené linie, nemají začátek ani konec, takové pole je např. pole permanentního magnetu.

Na obr. c) jsou nakresleny vektorové čáry vektoru **H**, pro který platí

$$\oint_{c} \mathbf{H}\, \mathrm{d}\mathbf{l} \neq 0$$



Pole vektoru **H** je vírové, vektorové čáry se uzavírají okolo zdroje pole (víru), takové je např. magnetické pole v okolí vodiče protékaného elektrickým proudem.

Materiálové charakteristiky

Vztahy mezi stavovými vektory byly vyjádřeny pomocí veličin ε, γ, μ, které charakterizují elektrické a magnetické vlastnosti prostředí (materiálu, na který působí elektrické pole o intenzitě **E** resp. magnetické pole o indukci **B**), nazývají se proto *materiálové vztahy* a veličiny ε, γ, μ ***materiálovými charakteristikami.*** Podle vlastností prostředí mohou být tyto charakteristiky konstantami, funkcí polohy nebo stavového vektoru případně tenzory.

Hodnota materiálové charakteristiky ε, γ, μ	Prostředí	Matematický charakter materiálové charakteristiky
nezávisí na směru	izotropní	skalár
závisí na směru (tj. v daném bodu jsou hodnoty materiálové charakteristiky různé)	anizotropní	tenzor
v různých bodech prostředí je táž	homogenní	konstanta
n různých bodech prostředí je různá	ne homogenní	funkce polohy (souřadnic)
nezávisí na hodnotě stavových vektorů	lineární	konstanta
závisí na hodnotě stavových vektorů	nelineární	funkce velikosti příslušného stavového vektoru

Nejprve se omezíme na jednodušší případy; v izotropním prostředí jsou ε, γ, μ skalárními veličinami, je-li prostředí navíc lineární a homogenní jsou hodnoty ε, γ, μ konstantami. Dále uvedeme základní údaje o materiálových charakteristikách. Z hlediska elektrických vlastností se budeme zabývat především dielektriky (izolanty) a vodiči, z hlediska magnetických vlastností pak látkami feromagnetickými případně nemagnetickými.

Dielektrika (izolanty) jsou charakterizována ***permitivitou ε***

(1.17) $$\varepsilon = \varepsilon_0 \, \varepsilon_r \qquad \text{[F/m]}$$

kde $\varepsilon_0 = 8{,}854.10^{-12}$ [F/m] se nazývá *permitivita vakua*, ε_r je relativní permitivita a její hodnoty se určují pro různé izolanty měřením.
Pro vakuum je $\varepsilon_r = 1$, pro všechny látky je $\varepsilon_r > 1$, pro vzduch počítáme $\varepsilon_r \cong 1$

Magnetika jsou charakterizována ***permeabilitou μ***

(1.18) $$\mu = \mu_0 \, \mu_r \qquad \text{[H/m]}$$

kde $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ [H/m] se nazývá *permeabilita vakua*, μ_r je relativní permeabilita. Pro diamagnetické a paramagnetické látky počítáme $\mu_r = 1$, feromagnetické látky představují nelineární prostředí, kde $\mu_r = \mu_r(H)$; $\mu_r >> 1$.

Vodiče jsou charakterizovány ***konduktivitou γ***, resp. ***resistivitou ρ*** $= 1/\gamma$. Řádově nabývají těchto hodnot:

kovové vodiče	$\gamma = 10^6$ až 10^8 S/m	čili	$\rho = 10^{-8}$ až 10^{-6} Ω/m
polovodiče	$\gamma = 10^{-8}$ až 10^6 S/m	čili	$\rho = 10^{-6}$ až 10^8 Ω/m
technické izolanty	$\gamma = 10^{-19}$ až 10^{-8} S/m	čili	$\rho = 10^8$ až 10^{19} Ω/m

Často počítáme s těmito přibližnými hodnotami:

dokonalý (ideální) vodič $\qquad \gamma \to \infty \qquad \rho = 0$
dokonalý (ideální) izolant $\qquad \gamma = 0 \qquad \rho \to \infty$
dokonalé (ideální) feromagnetikum $\qquad \mu \to \infty$