1 PŘEHLED ZÁKLADNÍCH VZTAHŮ Z VEKTOROVÉ ANALÝZY

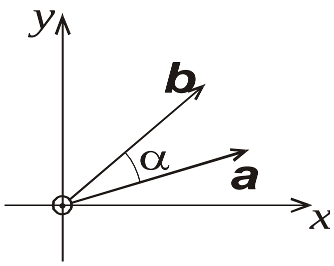
1.1 ZÁKLADNÍ VZTAHY

Jsou dány vektory $\boldsymbol{a} = (a_x, a_y, a_z)$, $\boldsymbol{b} = (b_x, b_y, b_z)$.

Skalární součin[1)]

$$c = \boldsymbol{a}.\boldsymbol{b} = a\,b\cos\alpha$$

$$c = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$



Vektorový součin

$$\boldsymbol{d} = \boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$$

Velikost je $|\boldsymbol{d}| = |\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}| = a\,b\sin\alpha$, směr $\boldsymbol{d}$ je podle pravotočivé konvence

$$\boldsymbol{d} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{bmatrix} = \left(a_y b_z - a_z b_y; a_z b_x - a_x b_z; a_x b_y - a_y b_x\right)$$

Dvojnásobný součin smíšený $\boldsymbol{a}.(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) = \boldsymbol{b}.(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{c}.(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})$

Dvojnásobný součin vektorový $\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) = (\boldsymbol{a}.\boldsymbol{c})\,\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{a}.\boldsymbol{b})\,\boldsymbol{c}$

Charakter vektorového pole (vírovost, zřídlovost):

a) vírové pole $\boldsymbol{A}$: $\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A} \neq 0$ $\quad \oint_c \boldsymbol{A}\,d\boldsymbol{l} \neq 0$

nevírové čili potenciální pole $\boldsymbol{A}$: $\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A} = 0$ $\quad \oint_c \boldsymbol{A}\,d\boldsymbol{l} = 0$

b) zřídlové pole $\boldsymbol{A}$: $\operatorname{div} \boldsymbol{A} \neq 0$ $\oint_{s} \boldsymbol{A} d\boldsymbol{S} \neq 0$

nezřídlové čili solenoidální pole $\boldsymbol{A}$: $\operatorname{div} \boldsymbol{A} = 0$ $\oint_{s} \boldsymbol{A} d\boldsymbol{S} = 0$

Základní věty vektorové analýzy

Stokesova věta: $\oint_{c} \boldsymbol{A} d\boldsymbol{l} = \int_{S} \operatorname{rot} \boldsymbol{A} d\boldsymbol{S}$

Gaussova – Ostrogradského věta: $\oint_{S} \boldsymbol{A} d\boldsymbol{S} = \int_{V} \operatorname{div} \boldsymbol{A}\, dV$

[1)] V této kapitole je pro vyjádření skalárního součinu použit symbol (**.**). V dalších kapitolách od tohoto symbolu upustíme.