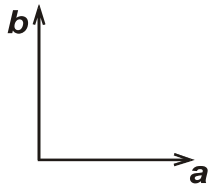
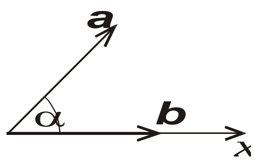
1.2 PŘÍKLADY

P 1–1 Určete směr a velikost vektoru $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ a velikost skalárního součinu $d = \boldsymbol{a}.\boldsymbol{b}$, je-li dáno. $|\boldsymbol{a}| = |\boldsymbol{b}| = 1$



P 1–2 Určete směr a velikost vektoru $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ a velikost skalárního součinu $d = \boldsymbol{a}.\boldsymbol{b}$, je-li dáno, $|\boldsymbol{a}| = |\boldsymbol{b}| = 1$, úhel $\alpha = \pi/4$.



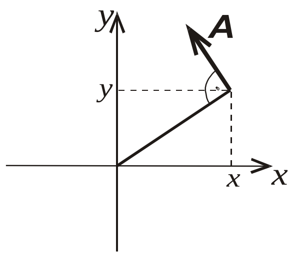
P 1–3 Vektory $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ spolu svírají úhel α. Pro jaké úhly α platí $\boldsymbol{a}.\boldsymbol{b} = 0$, $\boldsymbol{a}.\boldsymbol{b} = ab$?

P 1–4 Vektory $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ svírají úhel α. Pro jaké úhly α platí $|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = 0$, $|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = ab$?

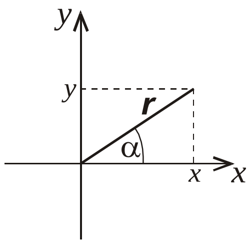
P 1–5 Jsou dány vektory $\boldsymbol{a} = (1, 0, 1)$ a $\boldsymbol{b} = (1, 1, 1)$. Určete skalární součin $c = \boldsymbol{a}.\boldsymbol{b}$ a vektorový součin $\boldsymbol{d} = \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$.

P 1–6 Jsou dány vektory $\boldsymbol{a} = (1, 0, 1)$ a $\boldsymbol{b} = (1, 1, 0)$. Určete složky vektoru $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ a hodnotu součinu $d = \boldsymbol{a}.\boldsymbol{b}$.

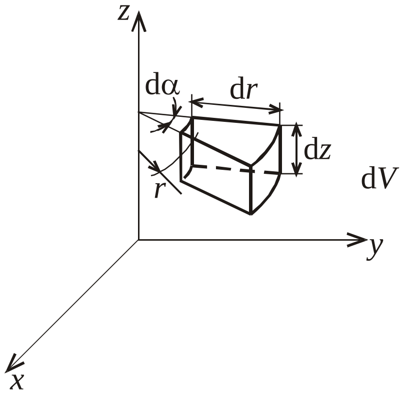
P 1–7 Určete složky vektoru $\boldsymbol{A} = (A_x, A_y, 0)$, je-li $A = 10$.



P 1–8 Vyjádřete pravoúhlé souřadnice x, y pomocí polárních souřadnic r, α.



P 1–9 Vyjádřete hodnotu objemového elementu ve válcových souřadnicích (r, α, z).



P 1–10 Vyjádřete složky operátoru ∇ v kartézských souřadnicích.

P 1–11 Jak je definován Laplaceův operátor Δ v kartézských souřadnicích ?

P 1–12 Jestliže platí, že rot $\boldsymbol{A}$ = rot $\boldsymbol{B}$, plyne z toho, že $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B}$? Jestliže nikoli, uveďte příklad.

P 1–13 Pomocí operátoru nabla vyjádřete: grad φ, div $\boldsymbol{A}$, rot $\boldsymbol{A}$.

P 1–14 Je dán vektor $\boldsymbol{A} = (A_x, A_y, A_z)$. Určete div $\boldsymbol{A}$.

P 1–15 Je dán vektor $\boldsymbol{A} = (A_x, A_y, A_z)$. Určete rot $\boldsymbol{A}$.

P 1–16 Je dána funkce $\varphi(x, y, z)$, určete grad φ.

P 1–17 Pro vektor $\boldsymbol{A}$ platí div $\boldsymbol{A} = 0$. Jaké je pole vektoru $\boldsymbol{A}$?

P 1–18 Pro vektor $\boldsymbol{A}$ platí rot $\boldsymbol{A} = 0$, jaké je pole vektoru $\boldsymbol{A}$?

P 1–19 Lze vektor $\boldsymbol{A}$, pro nějž platí rot $\boldsymbol{A} \neq 0$, vyjádřit pomocí skalární funkce φ ? Zdůvodněte!

P 1–20 Určete div $\boldsymbol{A}$, je-li $\boldsymbol{A} = (2x, 3y, 0)$. Je toto pole zřídlové?

P 1–21 Je vektorové pole vektoru $\boldsymbol{A} = (2x, 2y, 0)$ a) zřídlové, b) vírové? Zdůvodněte!

P 1–22 Je pole vektoru $\boldsymbol{A} = (2y, -3x, 0)$ a) zřídlové, b) vírové? Zdůvodněte!

P 1–23 Vyjádřete rot $\boldsymbol{A}$, je-li $\boldsymbol{A} = (2x + y, 3x^2, 0)$.

P 1–24 Vektorové pole $\boldsymbol{A}(x, y) = \boldsymbol{i}y - \boldsymbol{j}x$ je:
a) zřídlové, b) nezřídlové, c) vírové,
d) nevírové, e) potenciální, f) solenoidální.
Vyznačte správnou odpověď a zdůvodněte.

P 1–25 Vyjádřete výraz div rot $\boldsymbol{A}$.

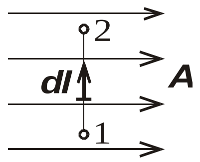
P 1–26 Vyjádřete výraz div grad φ.

P 1–27 Vyjádřete výraz rot rot $\boldsymbol{A}$.
[Nápověda: použijte vztah pro dvojnásobný vektorový součin]

P 1–28 Je dána funkce $\varphi(x,y,z)$, vyjádřete skalární součin výrazu grad φ $\boldsymbol{dl}$, je-li $\boldsymbol{dl} = (dx, dy, dz)$

P 1–29 Pro vektorové pole vektoru $\boldsymbol{A}$ = (konst., 0, 0) určete integrál $\int_1^2 \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{dl}$.

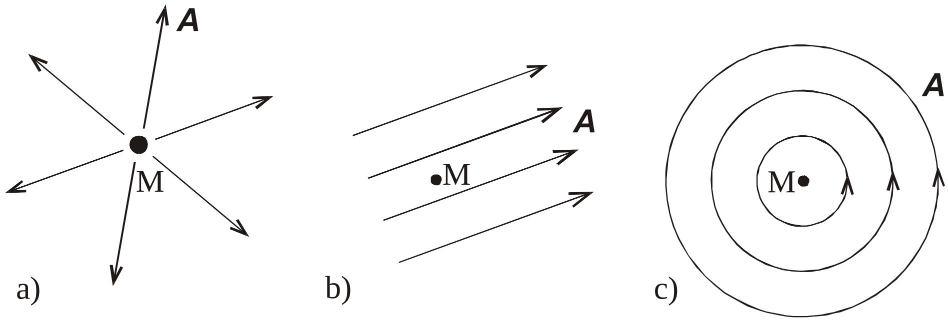
Zdůvodněte!



P 1–30 Vyjádřete grad φ, je-li $\varphi = x^2 + y^2$.

P 1–31 Definujte pojem *vektorová čára*.

P 1–32 Na obr. a), b), c) jsou zakresleny vektorové čáry vektoru $\boldsymbol{A}$ v okolí bodu M. Pro který případ platí div $\boldsymbol{A} = 0$?



P 1–33 Zakreslete vektorové čáry vektoru $\boldsymbol{A}$, je-li $\boldsymbol{A} = (x, y, 0)$ a určete, zda je toto pole zřídlové. Zdůvodněte!

P 1–34 Zakreslete vektorové čáry vektoru $\boldsymbol{A}$, je-li $\boldsymbol{A} = (-y, x, 0)$ a určete, zda je toto pole vírové. Zdůvodněte!

P 1–35 Definujte pojem „siločára elektrického pole“. Mohou se dvě siločáry protínat?

P 1–36 Formulujte Stokesovu větu pro vektor $\boldsymbol{A}$.

P 1–37 Formulujte Gaussovu - Ostrogradského větu pro vektor $\boldsymbol{A}$.

P 1-38 Pole vektoru $\boldsymbol{A}$ v okolí bodu B je vyznačené na obrázcích. Určete, pro který případ je div $\boldsymbol{A} > 0$.