

2.3 VÝSLEDKY

2-1 $\mathbf{E} = \mathbf{F}_e/Q$; $\mathbf{F}_m = Q (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$

- 2-2 a) pole je časově neproměnné
b) pole je časově proměnné

- 2-3 a) elektrostatické – zdrojem jsou elektrické náboje v klidu
b) magnetostatické – zdrojem jsou permanentní magnety
c) elektrické proudové – zdrojem jsou elektrické náboje pohybující se konstantní rychlostí (stejnoseměrný proud) ve vodivém prostředí
d) magnet. stacionární – zdrojem jsou elektrické náboje pohybující se konstantní rychlostí (stejnoseměrný proud)

- 2-4 a) vektory pole mají v uvažované oblasti stejný směr a konstantní velikost,
b) 1D – vektory pole mají pouze 1 složku, závisí na 1 souřadnici,
c) 2D – vektory pole mohou mít 2 složky, závisí na dvou souřadnicích,
d) 3D – vektory pole mají 3 složky, závisí na 3 souřadnicích.

2-5 a) $\rho = \frac{dQ}{dV}$, b) $\sigma = \frac{dQ}{dS}$, c) $\tau = \frac{dQ}{dl}$

2-6 a) $\rho = \frac{Q}{V}$ b) $\sigma = \frac{Q}{S}$ c) $\tau = \frac{Q}{l}$

2-7 $\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B}$; $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$; $\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E}$

2-8 $\psi = \int_s \mathbf{D} d\mathbf{S}$, [C]

2-9 $\Phi = \int_s \mathbf{B} d\mathbf{S}$, [Wb]

- 2-10 a) V/m b) Cm^{-2} c) F
d) F/m e) – f) C

2-11 a) $\Phi = B S$ b) $\Phi = 0$

2-12 $\psi = D S \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 0,5 D S$

$$2-13 \quad Q = \int_0^{\frac{T}{4}} i dt = 1,59 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

$$2-14 \quad Q = \int_S \sigma dS = \int_0^a \int_0^a kx dx dy = \frac{k}{2} a^3$$

$$2-15 \quad \sigma = \frac{Q}{4\pi a^2} \quad [\text{C/m}^2]$$

$$2-16 \quad J = \frac{I}{\pi(b^2 - a^2)} \quad [\text{A/m}^2]$$

$$2-17 \quad I(r) = \frac{r^2}{a^2} I \quad [\text{A}]$$

2-18 $\mathbf{E} = -\text{grad} \varphi$, zavádí se v nevírovém poli, tj. platí-li $\text{rot } \mathbf{E} = 0$.

2-19 Určení místa, kde má potenciál φ zvolenou hodnotu. Například $\varphi(\infty) = 0$.

$$2-20 \quad \mathbf{E} = -\text{grad } \varphi = (20 r^{-3}, 0, 0) \quad [\text{Vm}^{-1}]$$

$$2-21 \quad \mathbf{E} = -(6x, 6, -10z) \quad [\text{kV/m}] \quad \mathbf{E}(0) = -(0, 6, 0) \quad [\text{kV/m}]$$

$$2-22 \quad \mathbf{E} = -(3y, 3x - 6, 0) \quad [\text{V/m}] \quad \mathbf{E}(1,1,1) = -(3, -3, 0) \quad [\text{V/m}]$$

$$2-23 \quad \mathbf{E} = -(9x^2, 6, -10z) \quad [\text{kV/m}] \quad \text{div } \mathbf{E} = -18x + 10 \quad [\text{kV/m}^2]$$

$$\text{div } \mathbf{E}(0) = 10 \quad [\text{kV/m}^2]$$

$$2-24 \quad \rho = \varepsilon \text{div } \mathbf{E} = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2,7 \cdot 10^3 = 1,24 \cdot 10^{-10} \quad [\text{C/m}^3]$$

$$2-25 \quad U = \int_l \mathbf{E} dl$$

Ve stacionárním poli platí $U_{AB} = \varphi(A) - \varphi(B)$, proto napětí nezávisí na integrační cestě l mezi body A, B.

$$2-26 \quad U_{AB} = -10 \ln \frac{r_1}{r_2} = -6,93 \text{ V}$$

$$2-27 \quad A = Q \int_A^B \mathbf{E} d\mathbf{l} = Q \int_1^{10} (-\text{grad}\varphi) d\mathbf{l} = 0,09 \text{ J}$$

$$2-28 \quad \mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}, \quad \text{div } \mathbf{A} = 0$$

$$2-29 \quad B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} = 5x + 6; \quad B_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x} = -5y$$

$$2-30 \quad B_x = \frac{\partial A}{\partial y} = 0,6; \quad B_y = -\frac{\partial A}{\partial x} = 0,3; \quad B = 0,67 \text{ T}$$

2-31 Jsou totožné.

$$2-32 \quad U_m = \int_l \mathbf{H} d\mathbf{l} \quad [\text{A}]$$

$$2-33 \quad \oint_c \mathbf{H} d\mathbf{l} = I + \frac{d\psi}{dt}; \quad \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$2-34 \quad \text{a), b) } \oint_c \mathbf{H} d\mathbf{l} = I; \quad \text{c) } \oint_c \mathbf{H} d\mathbf{l} = I + \frac{d\psi}{dt}$$

$$2-35 \quad \frac{d\psi}{dt} = \frac{d}{dt} \int_S (\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) d\mathbf{S}$$

2-36 $\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q$; tok vektoru \mathbf{D} uzavřenou plochou S je roven náboji Q uvnitř plochy S .

2-37 Z Gaussovy – Ostrogradského věty plyne:

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = \int_V \text{div } \mathbf{D} dV = \int_V \rho dV \Rightarrow \text{div } \mathbf{D} = \rho$$

$$2-38 \quad \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}; \quad \text{div } \mathbf{B} = 0$$

2-39 d)

2-40 d)

$$2-41 \quad F_e = Q_2 E = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi \varepsilon r^2}$$

$$2-42 \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q \quad - \text{ pole je zřídlové}$$

$$\oint_c \mathbf{E} d\mathbf{l} = 0 \quad - \text{ pole je nevírové, potenciální}$$

$$2-43 \oint_S \mathbf{J} d\mathbf{S} = 0 \Rightarrow \sum_i \int_{S_i} \mathbf{J}_i d\mathbf{S}_i = \sum_i \pm I_i = 0$$

$$2-44 \text{ a) } \oint_c \mathbf{E} d\mathbf{l} = 0 \Rightarrow E_{1t} = E_{2t}$$

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q \Rightarrow D_{2n} - D_{1n} = \sigma, \quad D_{2n} = D_{1n}, \quad \text{je-li } \sigma = 0$$

$$\text{b) } \oint_c \mathbf{E} d\mathbf{l} = 0 \Rightarrow E_{1t} = E_{2t}$$

$$\oint_S \mathbf{J} d\mathbf{S} = 0 \Rightarrow J_{2n} = J_{1n}$$

$$\text{c) } \oint_c \mathbf{H} d\mathbf{l} = I \Rightarrow H_{1t} - H_{2t} = K, \quad H_{1t} = H_{2t}, \quad \text{je-li } K = 0$$

$$\oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0 \Rightarrow B_{1n} = B_{2n}$$

$$2-45 \quad E_{1t} = E_{2t} \Rightarrow \varphi \text{ se mění spojitě}$$

$$\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n} \Rightarrow \varepsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n}$$

$$2-46 \quad J_{1n} = J_{2n}, \quad \frac{J_{1t}}{\gamma_1} = \frac{J_{2t}}{\gamma_2}$$

$$2-47 \quad H_{1t} - H_{2t} = K$$

$$B_{1n} = B_{2n}$$

$$H_{1n} \mu_1 = H_{2n} \mu_2 \quad \frac{B_{1t}}{\mu_1} - \frac{B_{2t}}{\mu_2} = K$$

$$2-48 \quad \frac{\text{tg} \alpha_1}{\text{tg} \alpha_2} = \frac{\frac{E_{1t}}{E_{1n}}}{\frac{E_{2t}}{E_{2n}}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

$$2-49 \quad \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\frac{J_{1t}}{J_{1n}}}{\frac{J_{2t}}{J_{2n}}} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$$

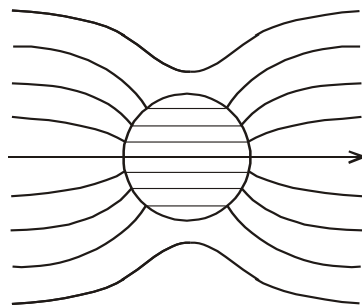
$$2-50 \quad \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\frac{H_{1t}}{H_{1n}}}{\frac{H_{2t}}{H_{2n}}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

$$2-51 \quad D_{2n} = D_{1n}, \quad \frac{D_{1t}}{\varepsilon_1} = \frac{D_{2t}}{\varepsilon_2}, \quad \text{b)}$$

$$2-52 \quad \varepsilon_2 E_{2n} - \varepsilon_1 E_{1n} = \sigma, \quad E_{1t} = E_{2t}$$

$$2-53 \quad \text{Ze zákona lomu: } \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad \text{pro } \mu_2 \rightarrow \infty \quad \text{plyne } \alpha_1 = 0$$

2-54 b)



2-55 b)

2-56 a) $\varphi(r_0) = 0$, kde r_0 je libovolný poloměr, b) $\varphi(\infty) = 0$

$$2-57 \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = \operatorname{div} \varepsilon \mathbf{E} = \operatorname{div} (-\varepsilon \operatorname{grad} \varphi) = \rho \quad \Rightarrow \quad \Delta \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon}$$

$$2-58 \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon}$$

$$2-59 \quad \oint_c \mathbf{H} d\mathbf{l} = I, \quad \oint_c \mathbf{E} d\mathbf{l} = 0, \quad \oint_s \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q, \quad \oint_s \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0$$

$$2-60 \quad \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}, \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \text{div } \mathbf{D} = \rho, \quad \text{div } \mathbf{B} = 0;$$

platí pouze v regulárních bodech pole.

$$2-61 \quad \text{rot } \mathbf{E} = 0, \quad \text{div } \mathbf{J} = 0$$

$$2-62 \quad \mathbf{H} = -\text{grad } \varphi_m.$$

φ_m lze zavést pouze v oblasti, v níž je magnetické pole potenciální (tj. kde $\text{rot } \mathbf{H} = 0$), tj. neexistuje uzavřená křivka, podél níž je cirkulace vektoru \mathbf{H} nenulová).

$$2-63 \quad \text{div } \mathbf{B} = \text{div } \mu \mathbf{H} = \text{div } (-\mu \text{grad } \varphi_m) = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta \varphi_m = 0$$

$$2-64 \quad \text{rot } \mathbf{H} = \text{rot } \frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{J} \quad \Rightarrow \quad \text{grad div } \mathbf{A} - \Delta \mathbf{A} = \mu \mathbf{J} \quad \Rightarrow \quad \Delta \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}$$

Jestliže $\mathbf{J} = 0$, platí $\Delta \mathbf{A} = 0$.

$$2-65 \quad \begin{aligned} \mathbf{H} = -\text{grad } \varphi_m &\Rightarrow \text{platí v oblasti, v níž je magnetické pole nevírové} \\ \mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} &\Rightarrow \text{platí v oblasti, v níž může být magnetické pole} \\ &\text{nevírové i vírové} \end{aligned}$$

2-66 Analýza: jsou dány zdroje pole (náboje, proudy), hledáme rozložení pole.

Syntéza: je dáno pole, hledáme velikosti a umístění zdrojů, které toto pole indukují.

$$2-67 \quad \rho = -2a\varepsilon \quad [\text{C/m}^3]$$

$$2-68 \quad E = E_\alpha = \frac{6(\varphi_1 - \varphi_2)}{\pi r}$$