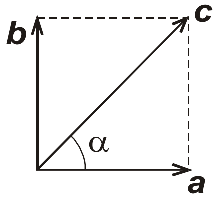
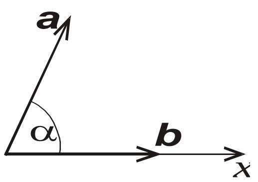
1.3 VÝSLEDKY PŘÍKLADŮ

1–1 $|\boldsymbol{c}| = \sqrt{2}$, $\alpha = 45^{\circ}$ $\quad d = a\,b \cos \pi/2 = 0$



1–2 $\boldsymbol{c} = [(a \cos \alpha + b);\ a \sin \alpha] = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$c_x = a \cos \alpha + b = 1{,}707$ $\quad c_y = a \sin \alpha = 0{,}707$ $\quad c = 1{,}85$
$\mathrm{tg}\,\beta = c_y / c_x \quad \Rightarrow \quad \beta = 20{,}65^{\circ}$
$d = a\,b \cos \alpha = 0{,}707$



1–3 $\boldsymbol{a}.\boldsymbol{b} = 0$ pro $\alpha = \pi/2$
$\boldsymbol{a}.\boldsymbol{b} = ab$ pro $\alpha = 0^{\circ}$

1–4 $|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = 0$ pro $\alpha = 0^{\circ}$
$|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = ab$ pro $\alpha = \pi/2$

1–5 $c = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 2$

$$\boldsymbol{d} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = (-1, 0, 1)$$

1–6 $\boldsymbol{c} = (a_x + b_x; a_y + b_y; a_z + b_z) = (2; 1; 1)$
$d = 1$

1–7 $tg\,\beta = y / x \quad \alpha = \pi/2 - \beta \quad A_x = 10 \cos \alpha \quad A_y = 10 \sin \alpha$

1–8 $x = r \cos \alpha$ $\quad y = r \sin \alpha$

1–9 $dV = r\, d\alpha\, dr\, dz$

1–10 $\nabla = \left(\dfrac{\partial}{\partial x}, \dfrac{\partial}{\partial y}, \dfrac{\partial}{\partial z} \right)$

1–11 $\Delta = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$

1–12 Nikoliv.

Jestliže $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B} + \mathrm{grad}\,\psi$, (tedy $\boldsymbol{A} \neq \boldsymbol{B}$), pak platí:

$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A} = \mathrm{rot}\,\boldsymbol{B} + \mathrm{rot\,grad}\,\psi = \mathrm{rot}\,\boldsymbol{B}$

1–13 grad $\varphi = \nabla \varphi$ div $\boldsymbol{A} = \nabla \boldsymbol{A}$ rot $\boldsymbol{A} = \nabla \times \boldsymbol{A}$

1–14 $\mathrm{div}\,\boldsymbol{A} = \dfrac{\partial A_\mathrm{x}}{\partial x} + \dfrac{\partial A_\mathrm{y}}{\partial y} + \dfrac{\partial A_\mathrm{z}}{\partial z}$

1–15 $\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A} = \left(\dfrac{\partial A_\mathrm{z}}{\partial y} - \dfrac{\partial A_\mathrm{y}}{\partial z}, \dfrac{\partial A_\mathrm{x}}{\partial z} - \dfrac{\partial A_\mathrm{z}}{\partial x}, \dfrac{\partial A_\mathrm{y}}{\partial x} - \dfrac{\partial A_\mathrm{x}}{\partial y} \right)$

1–16 $\mathrm{grad}\,\varphi = \left(\dfrac{\partial \varphi}{\partial x}, \dfrac{\partial \varphi}{\partial y}, \dfrac{\partial \varphi}{\partial z} \right)$

1–17 Pole je nezřídlové čili solenoidální.

1–18 Pole je nevírové čili potenciální.

1–19 Nelze, neboť rot grad $\varphi = 0$

1–20 div $\boldsymbol{A} = 2 + 3 = 5$ $\Rightarrow$ pole je zřídlové

1–21 div $\boldsymbol{A} = 4$ $\Rightarrow$ pole je zřídlové
rot $\boldsymbol{A} = 0$ $\Rightarrow$ pole je nevírové

1–22 div $\boldsymbol{A} = 0$ $\Rightarrow$ pole je nezřídlové
rot $\boldsymbol{A} = (0, 0, -5)$ $\Rightarrow$ pole je vírové

1–23 rot $\boldsymbol{A} = (0, 0, 6x-1)$

1–24 b), c), f), protože div $\boldsymbol{A} = 0$, rot $\boldsymbol{A} = (0, 0, 2)$

1–25 div rot $\boldsymbol{A} = \nabla(\nabla \times \boldsymbol{A}) = 0$

1–26 div grad $\varphi = \nabla(\nabla\varphi) = \Delta\varphi$

1–27 rot rot $\boldsymbol{A} = \nabla\times\nabla\times\boldsymbol{A} = \nabla(\nabla\boldsymbol{A}) - \boldsymbol{A}\nabla^2$ = grad div $\boldsymbol{A} - \Delta\boldsymbol{A}$

1–28 $\operatorname{grad}\varphi\,\boldsymbol{dl} = \dfrac{\partial\varphi}{\partial x}dx + \dfrac{\partial\varphi}{\partial y}dy + \dfrac{\partial\varphi}{\partial z}dz = d\varphi$

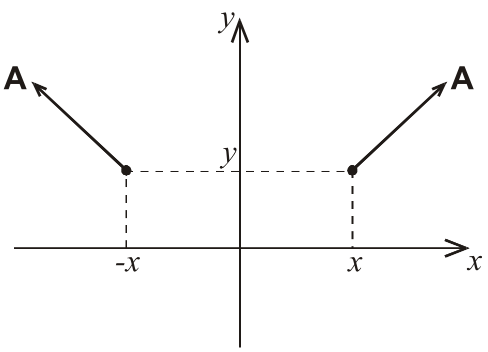
1–29 $\int_1^2 \boldsymbol{A}\,\boldsymbol{dl} = 0$, protože $\boldsymbol{A} \perp \boldsymbol{dl}$

1–30 grad $\varphi = (2x, 2y, 0)$

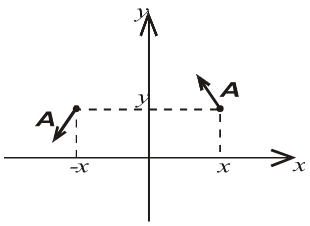
1–31 Je to křivka, v jejímž každém bodě má vektor ***A*** pouze tečnou složku.

1–32 b), c)

1–33 Pole je zřídlové, neboť div ***A*** ≠ 0. Z obrázku je patrné, že vektory vycházejí ze zřídla.

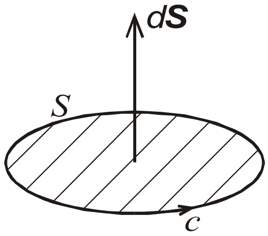


1–34 Pole je vírové, neboť rot ***A*** ≠ 0. Vírový charakter vektorů je patrný z obrázku.



1–35 Siločára elektrického pole je vektorová čára intenzity elektrického pole ***E***. Siločáry se nemohou protínat, neboť v jejich průsečíku by působily dva vektory ***E***, což je fyzikálně nemožné (s výjimkou singulárních bodů).

1–36 $\oint_c \boldsymbol{A}\,d\boldsymbol{l} = \int_S \mathrm{rot}\,\boldsymbol{A}\,d\boldsymbol{S}$, kde *c* je uzavřená křivka ohraničující plochu *S*, orientace plochy *S* a křivky *c* jsou vázány pravidlem pravé ruky.



1–37 $\oint_S \boldsymbol{A}\,d\boldsymbol{S} = \int_V \mathrm{div}\,\boldsymbol{A}\,dV$

Plocha *S* je povrchem objemu *V*, vektor $d\boldsymbol{S}$ je orientován ve směru vnější normály.

1-38 e)