

# ESF II projekt Západočeské univerzity v Plzni

reg. č. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18\_056/0013239

## Měření elektrického odporu

Přednáška KET/ELM

J. Švarný



EVROPSKÁ UNIE  
Evropské strukturální a investiční fondy  
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

**MŠMT**  
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

# Měření elektrického odporu

## Obsah:

- Etalony odporu
- Dvou vodičové a čtyřvodičové připojení
- Ohmova metoda
- Srovnávací metoda měření odporů
- Wheatstoneův můstek
- Thomsonův můstek
- Ohmetry
- Měření odporu izolantů
- Literatura

# Měření elektrického odporu

## Etalony odporu

### Sekundární etalony odporu

- Vinuté rezistory z různých slitin kovů např. **manganin**
- Vinutí bifilární - bezindukční
- Oddělené proudové a napěťové svorky (4-vodičové, Kelvinovo připojení)
- Odchylka jmenovité hodnoty: 0,001 % (nejpřesnější)
- Povolená výkonová ztráta: dle konstrukce (1 W max.)

### Manganin

- Slitina: Cu-Mn-Ni (86 %Cu, 12 %Mn, 2 % Ni)
- Edward Weston 1892 (patent 1893)
- Velmi malá teplotní závislost ( $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ )
- Časová stálost

# Měření elektrického odporu

## Etalony odporu

### Sekundární etalony odporu

**Příklad:** Etalon odporu CER6000-RW, Wika [2]

- Standardní hodnoty: 1, 10, 25, 100, 300, 400, 500, 1000, 10000  $\Omega$
- Tolerance jmenovité hodnoty:  $\pm 10$  ppm
- Teplotní koeficient:  $< 1$  ppm/ $^{\circ}\text{C}$
- Časová stálost:  $< \pm 5$  ppm/rok

*Etalon odporu  
CER6000-RW,  
Wika,[2]*



*Vnitřní provedení CER6000-RW, [2]*

# Měření elektrického odporu

## Etalony odporu

### Sekundární etalony odporu

**Příklad:** Etalon odporu  
**RP-100M**, Meatest, [3]

- Jmen. hodnota odporu:  
100 MΩ
- Tolerance jmenovité  
hodnoty: 0,5 %
- Nejistota kalibrace: 0,01 %
- Teplotní koeficient:  
±100 ppm/°C
- Odporový element:  
keramický rezistor
- Max. napětí: 2,5 kV



*Odporový etalon RP-100M, Meatest, [3]*

# Měření elektrického odporu

## Etalony odporu

### Primární etalon odporu

- Etalon odporu založený na principu kvantového Hallova jevu (QHE-Quantum Hall Effect)
- Dosažitelná přesnost:  $1 \cdot 10^{-8}$
- Klaus von Klitzing 1980 (N.C. 1985)
- Tenkovrstvé polovodičové struktury (tzv. 2D polovodiče)



*Klaus von Klitzing*

**Princip:** Při teplotě blízké absolutní nule a současně při působení vysoké indukce ( $\sim 1$  T až 10 T) lze na 2D polovodiči naměřit intervaly, kdy podélný odpor klesá k nule a příčný odpor nabývá celočíselných násobků (nebo dílů) tzv. von Klitzingovy konstanty. Na typu polovodičového materiálu nezáleží. Důležitá je velikost B.

# Měření elektrického odporu

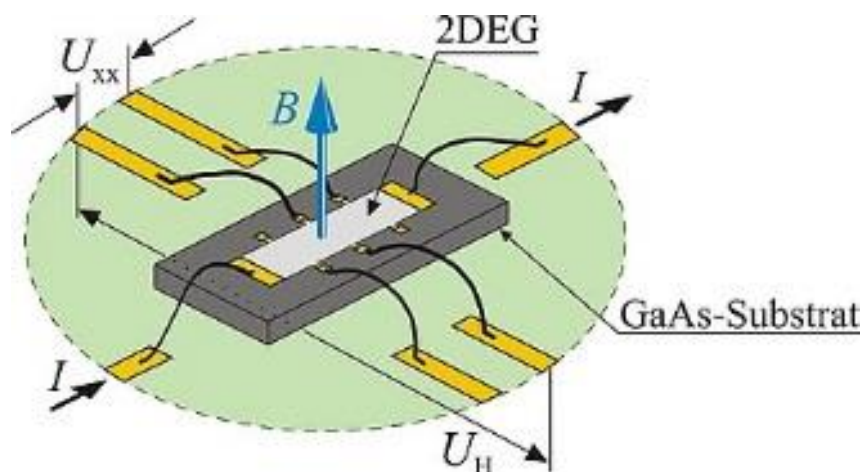
## Etalony odporu

### Primární etalon odporu

von Klitzingova konstanta:  $K_{90} = 25812,807 \Omega$

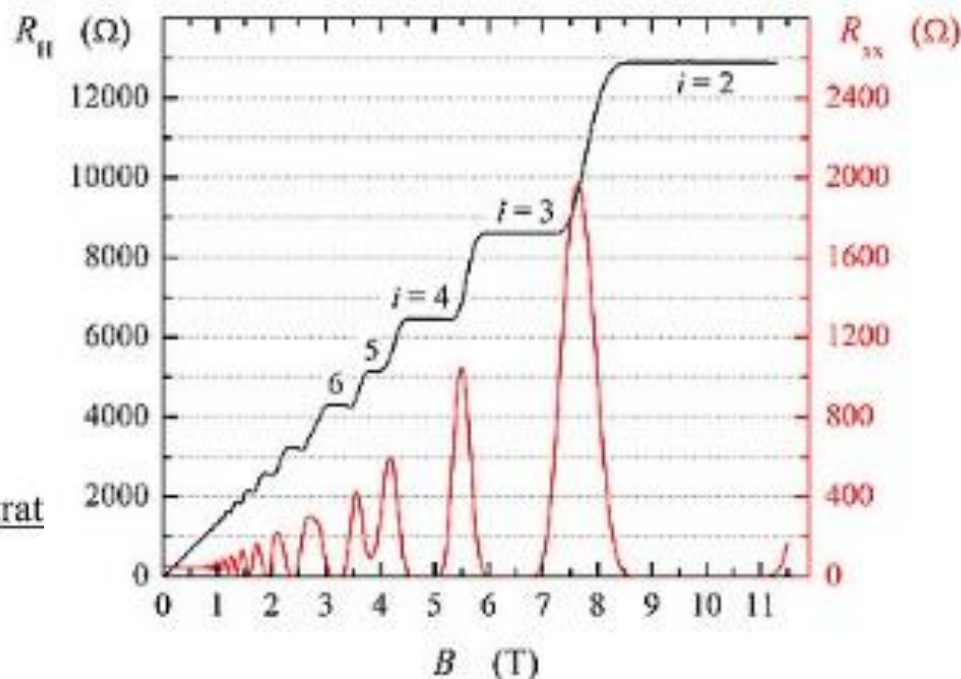
$$R_H(i) = \frac{U_H}{I_H} = \frac{h}{e^2 i} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{i \cdot (1,602 \cdot 10^{-19})^2} = \frac{1}{i} 25812,807 \Omega$$

$$R_{xx} = \frac{U_{xx}}{I} = 0 \Omega$$



Princip QHE

(převzato z: [www.ptb.de](http://www.ptb.de))

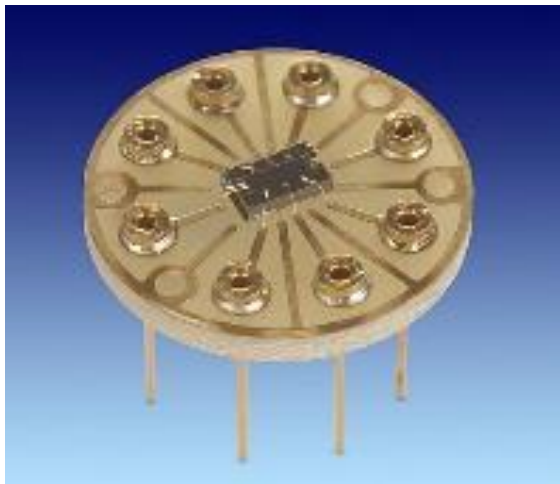


Závislost podélného a příčného odporu na indukci (převzato z: [www.ptb.de](http://www.ptb.de))

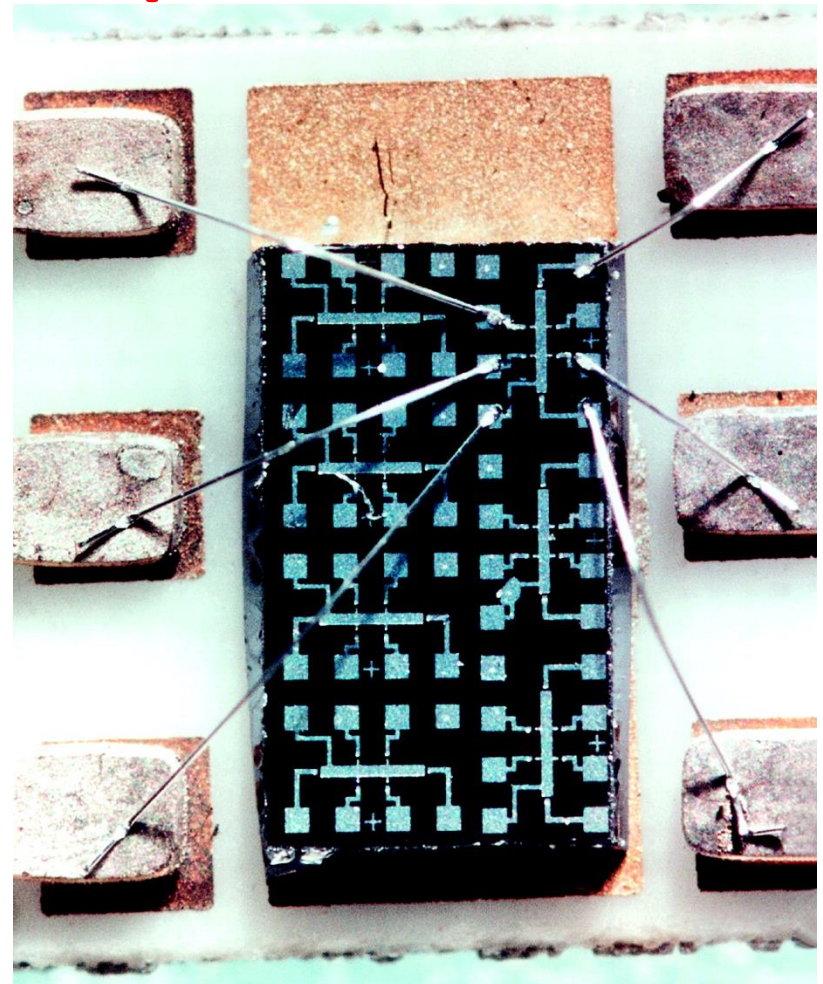
# Měření elektrického odporu

## Etalony odporu

### Primární etalon odporu



*Detail moderního čipu kvantového etalonu odporu vyvinutý na Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig (PTB) (převzato z: [www.ptb.de](http://www.ptb.de))*



*Jeden z původních čipů použitý von Klitzingem při experimentálním ověřování QHE teorie (převzato z: [www.ptb.de](http://www.ptb.de))*

# Měření elektrického odporu

## Etalony odporu

### Státní etalon stejnosměrného elektrického odporu ČR

**Umístění:** ČMI Praha (od r. 2008)

#### **Součásti etalonu:**

- Měřicí systém CRYOGENIC QHR 2010 s kryostatem se supravodivým magnetem s polovodičovou strukturou z PTB a kryogenním proudovým komparátorem (CCC).
- Automatický poměrový odporový most MI 6010 Q (Quant  $\Omega$ ).
- Sada klasických etalonů jm. hodnot 1  $\Omega$ , 100  $\Omega$ , 10 k $\Omega$ .

#### **Nejistoty:**

1  $\Omega$ .....0,06 ppm (k=2)

100  $\Omega$ ....0,06 ppm (k=2)

10 k $\Omega$ ....0,06 ppm (k=2)

# Měření elektrického odporu

## Etalony odporu

### Státní etalon stejnosměrného elektrického odporu ČR



*System QHR2010  
(převzato z:www.cmi.cz)*



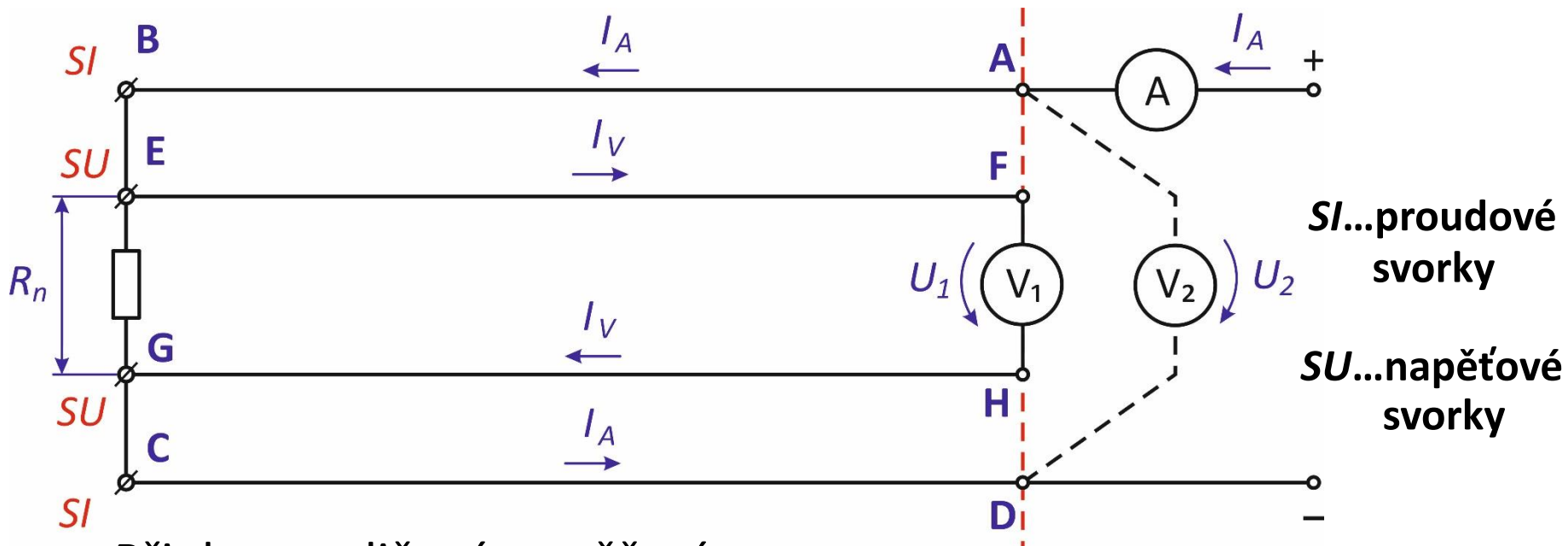
*Měřicí můstek  
(převzato z:www.cmi.cz)*



*Etalony odporů 1Ω v olejovém termostatu  
(převzato z:www.cmi.cz)*

# Měření elektrického odporu

## Dvou vodičové a čtyřvodičové připojení



Při dvou vodičovém měření:

$$R_{2W} = \frac{U_2}{I_A} = R_n + R_{AB} + R_{BE} + R_{GC} + R_{CD}$$

Při čtyřvodičovém měření (tzv. Kelvinovo připojení):

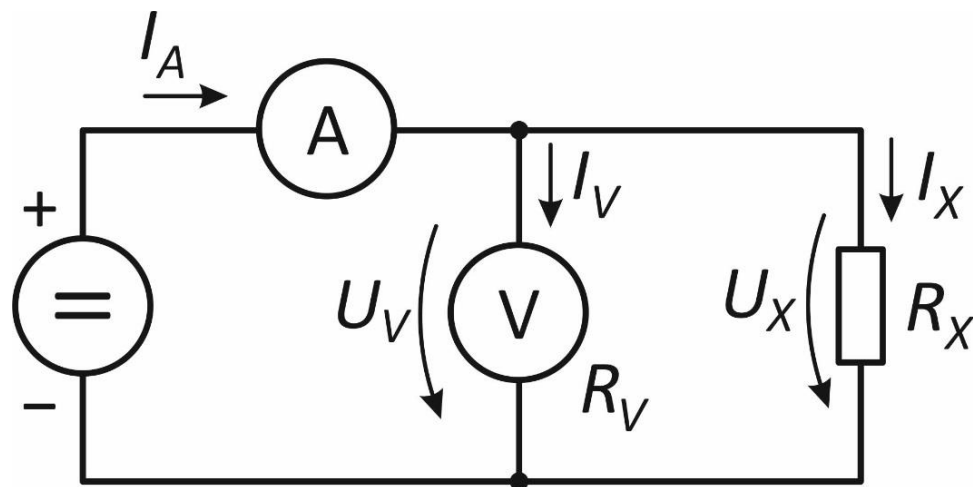
$$R_{4W} = \frac{U_1}{I_A} = R_n \quad (\text{při } I_V \rightarrow 0)$$

# Měření elektrického odporu

## Ohmova metoda

### Zapojení I.

$$R_x^* = \frac{U_V}{I_A}$$



- Při  $R_V \rightarrow \infty \dots R_x^* = R_x$
- Při  $R_V < \infty \dots R_x^* \neq R_x$  a platí:

$$U_x = U_V ; \quad I_A = I_V + I_x ; \quad R_x^* = \frac{R_x R_V}{R_x + R_V}$$

$$\Delta R_x = R_x^* - R_x = \frac{R_x R_V}{R_x + R_V} - R_x = \dots = \frac{-R_x^2}{R_x + R_V}$$

$$\delta R_x = \frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{-R_x}{R_x + R_V} \quad \text{resp.} \quad \delta R_x = -\frac{R_x^*}{R_V}$$

- Vhodné pro měření malých odporů ( $R_x \ll R_V$ ).

# Měření elektrického odporu

## Ohmova metoda

**Příklad:** Ohmovou metodou v **zapojení I.** byly měřeny rezistory o jmenovitých hodnotách  $10\ \Omega$  a  $6,8\ \text{M}\Omega$ . Na prvním rezistoru bylo změřeno  $U_V = 2,1\ \text{V}$ ;  $I_A = 212\ \text{mA}$ , na druhém  $U_V = 80\ \text{V}$ ;  $I_A = 19,8\ \mu\text{A}$ . Voltmetr měl vnitřní odpor  $R_V = 10\ \text{M}\Omega$ . Stanovte velikost chyby metody v procentech.

- Pro rezistor  $10\ \Omega$ :

$$R_x^* = \frac{U_V}{I_A} = \frac{2,1}{212 \cdot 10^{-3}} \cong 9,91\ \Omega$$

$$\delta R_{x\%} = -\frac{R_x^*}{R_V} 100 = -\frac{9,91}{10 \cdot 10^6} 100 = \underline{\underline{-0,0000991\ \%}}$$

- Pro rezistor  $6,8\ \text{M}\Omega$ :

$$R_x^* = \frac{U_V}{I_A} = \frac{80}{19,8 \cdot 10^{-6}} \cong 4040,4\ \text{k}\Omega$$

$$\delta R_{x\%} = -\frac{R_x^*}{R_V} 100 = -\frac{4040,4 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^6} 100 = \underline{\underline{-40,4\ \%}}$$

# Měření elektrického odporu

## Ohmova metoda

### Zapojení II.

$$R_x^* = \frac{U_V}{I_A}$$

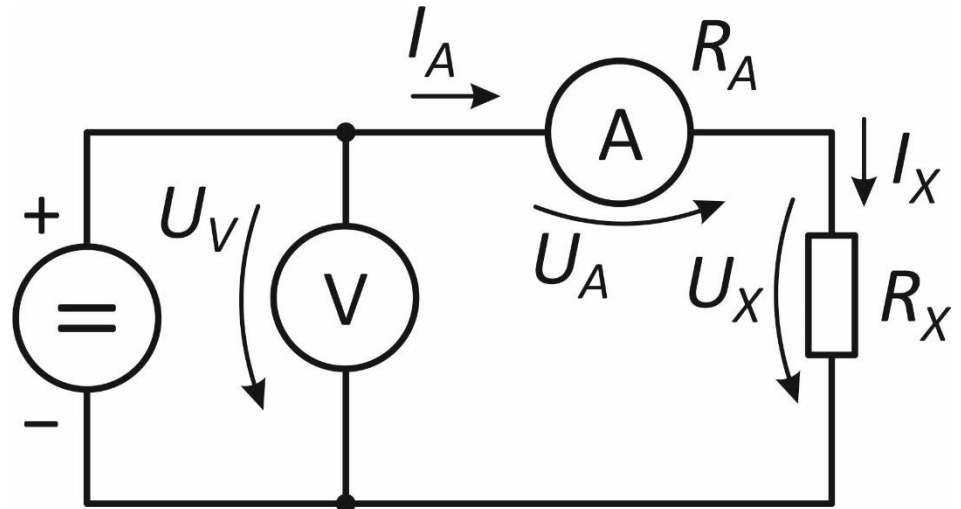
- Při  $R_A = 0 \dots R_x^* = R_x$
- Při  $R_A > 0 \dots R_x^* \neq R_x$  a platí:

$$I_A = I_x; \quad U_V = U_A + U_x; \quad R_x^* = R_x + R_A$$

$$\Delta R_x = R_x^* - R_x = R_A$$

$$\delta R_x = \frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{R_A}{R_x} \quad \text{resp.} \quad \delta R_x = \frac{R_A}{R_x^* - R_A}$$

- Vhodné pro měření velkých odporů ( $R_x \gg R_A$ ).



# Měření elektrického odporu

## Ohmova metoda

**Příklad:** Ohmovou metodou v zapojení II. byly měřeny rezistory o jm. hodnotách  $10\ \Omega$  a  $6,8\ \text{M}\Omega$ . Na prvním rezistoru bylo změřeno  $U_V = 2,5\ \text{V}$ ;  $I_A = 227,1\ \text{mA}$ , na druhém  $U_V = 81\ \text{V}$ ;  $I_A = 11,8\ \mu\text{A}$ . Ampérmetr má  $R_A = 1\ \Omega$  (rozsah  $500\ \text{mA}$ ) resp.  $R_A = 100\ \Omega$  (rozsah  $500\ \mu\text{A}$ ). Určete procentní chybu metody.

- Pro rezistor  $10\ \Omega$ :

$$R_x^* = \frac{U_V}{I_A} = \frac{2,5}{227,1 \cdot 10^{-3}} \cong 11,01\ \Omega$$

$$\delta R_{x\%} = \frac{R_A}{R_x^* - R_A} 100 = \frac{1}{11,01 - 1} 100 \cong \underline{9,99\ \%}$$

- Pro rezistor  $6,8\ \text{M}\Omega$ :

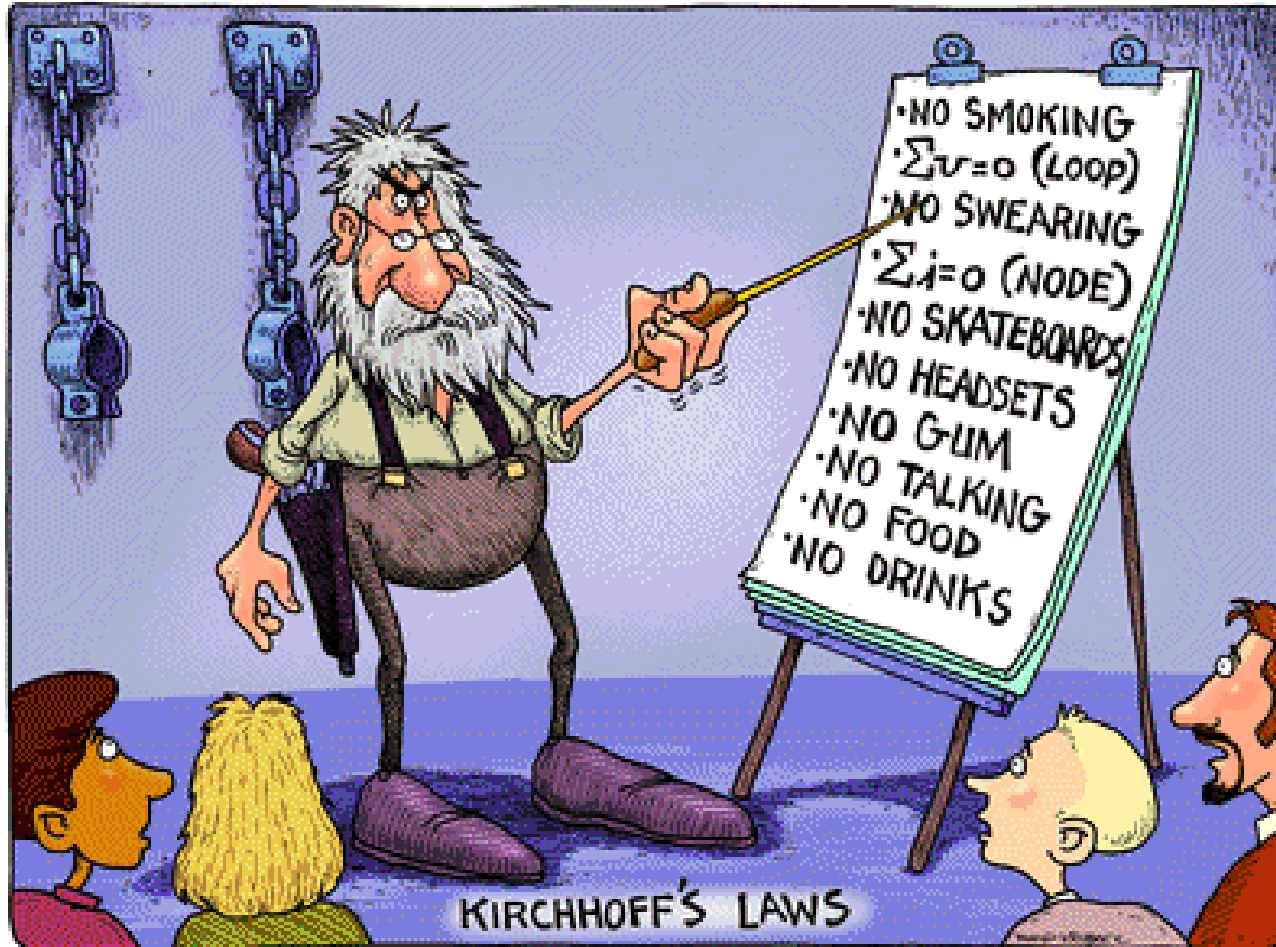
$$R_x^* = \frac{U_V}{I_A} = \frac{81}{11,8 \cdot 10^{-6}} \cong 6864,4\ \text{k}\Omega$$

$$\delta R_{x\%} = \frac{R_A}{R_x^* - R_A} 100 = \frac{100}{6864,4 \cdot 10^3 - 100} 100 \cong \underline{0,0015\ \%}$$

# Měření elektrického odporu

## Srovnávací metoda měření odporů

Srovnávací metody využívají Kirchhoffových zákonů (napětový nebo proudový dělič, v němž je jeden z odporů znám).



# Měření elektrického odporu

## Srovnávací metoda měření odporů

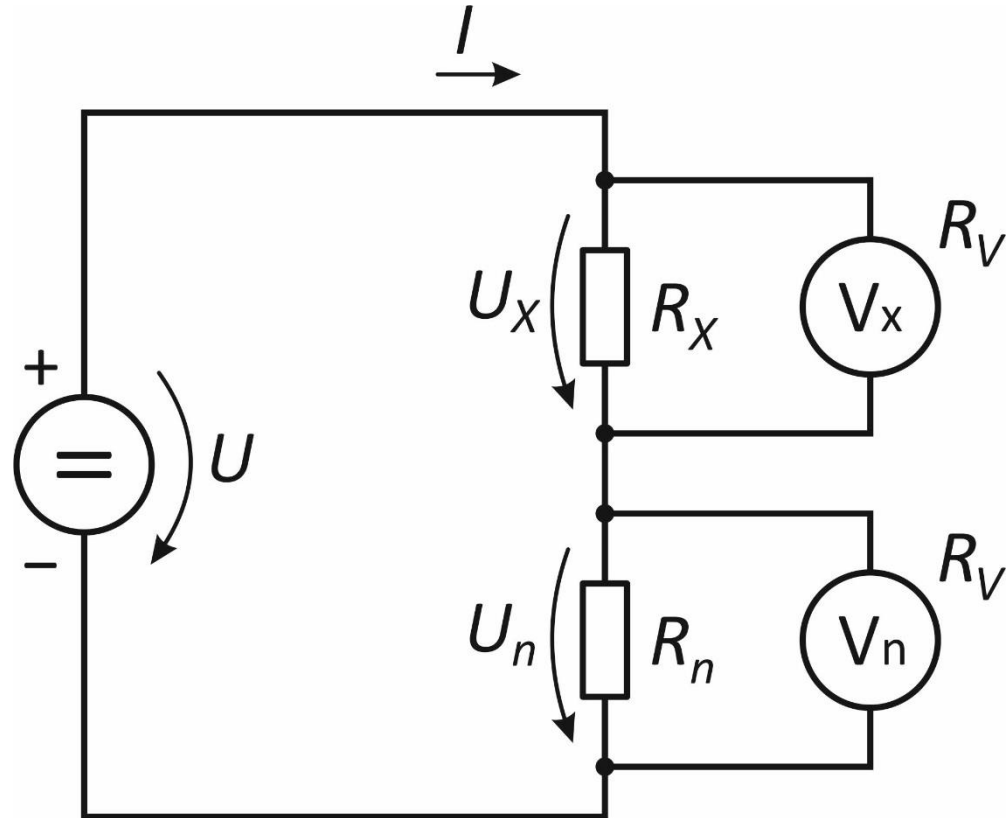
### Zapojení I.

- Při  $R_V \rightarrow \infty$  platí:

$$\frac{R_x}{R_n} = \frac{U_x}{U_n} \Rightarrow R_x = R_n \frac{U_x}{U_n}$$

- Při  $R_V < \infty$  platí:

$$R_x^* = R_n \frac{U_x}{U_n} \quad \text{kde } R_x^* \neq R_x$$



$R_x^*$  ...změřený odpor při zanedbání vlastní spotřeby voltmetrů

$R_x$  ...skutečná hodnota měřeného odporu

Pozn.:  $R_n$  se volí velikostně srovnatelné s  $R_x$

# Měření elektrického odporu

## Srovnávací metoda měření odporů

### Zapojení I.

- Není-li možné vlastní spotřebu voltmetrů zanedbat je nutné korigovat výsledek s ohledem na vnitřní odpor voltmetrů.
- Za předpokladu stejného vnitřního odporu  $R_V$  obou voltmetrů:

$$\frac{R_x \parallel R_V}{R_n \parallel R_V} = \frac{U_x}{U_n} \quad \Rightarrow \quad R_x = \frac{U_x R_V R_n}{(R_n + R_V) U_n - R_n U_x}$$

$$\Delta R_x = R_x^* - R_x = R_n \frac{U_x}{U_n} - \frac{U_x R_V R_n}{(R_n + R_V) U_n - R_n U_x}$$

$$\delta R_x = \frac{\Delta R_x}{R_x} = \dots = \frac{R_n}{R_V} \left( 1 - \frac{U_x}{U_n} \right)$$

- Metoda je vhodná pro malé odpory ( $R_x \ll R_V$  resp.  $R_n \ll R_V$ ).

# Měření elektrického odporu

## Srovnávací metoda měření odporů

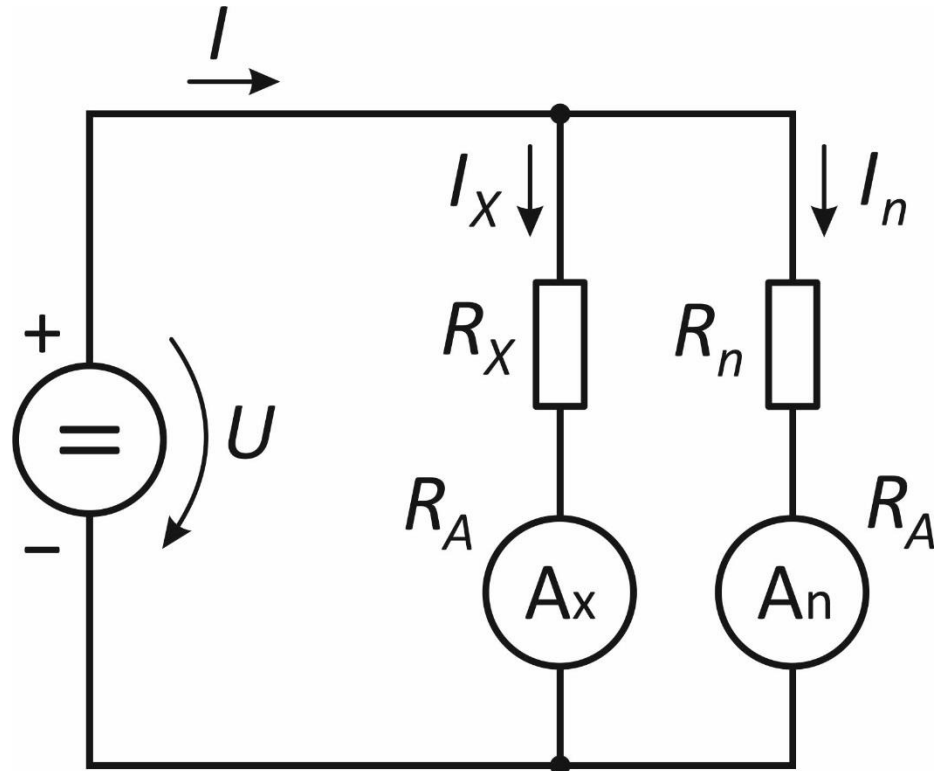
### Zapojení II.

- Při  $R_A = 0$  platí:

$$\frac{R_x}{R_n} = \frac{I_n}{I_x} \Rightarrow R_x = R_n \frac{I_n}{I_x}$$

- Při  $R_A > 0$  platí:

$$R_x^* = R_n \frac{I_n}{I_x} \quad \text{kde } R_x^* \neq R_x$$



$R_x^*$  ...změřený odpor při zanedbání vlastní spotřeby ampérmetrů

$R_x$  ...skutečná hodnota měřeného odporu

Pozn.:  $R_n$  se volí velikostně srovnatelné s  $R_x$

# Měření elektrického odporu

## Srovnávací metoda měření odporů

### Zapojení II.

- Není-li možné vlastní spotřebu ampérmetrů zanedbat, je nutné korigovat výsledek s ohledem na vnitřní odpor ampérmetrů.
- Za předpokladu stejného vnitřního odporu  $R_A$  obou A-metrů:

$$\frac{R_x + R_A}{R_n + R_A} = \frac{I_n}{I_x} \Rightarrow R_x = (R_n + R_A) \frac{I_n}{I_x} - R_A$$

$$\Delta R_x = R_x^* - R_x = R_n \frac{I_n}{I_x} - (R_n + R_A) \frac{I_n}{I_x} + R_A = R_A \left( 1 - \frac{I_n}{I_x} \right)$$

$$\delta R_x = \frac{\Delta R_x}{R_x} = \dots = \frac{1}{\frac{R_n}{R_A} \left( \frac{I_n}{I_x - I_n} \right) - 1}$$

- Metoda je vhodná pro velké odpory ( $R_x \gg R_A$  resp.  $R_n \gg R_A$ ).

# Měření elektrického odporu

## Wheatstoneův můstek

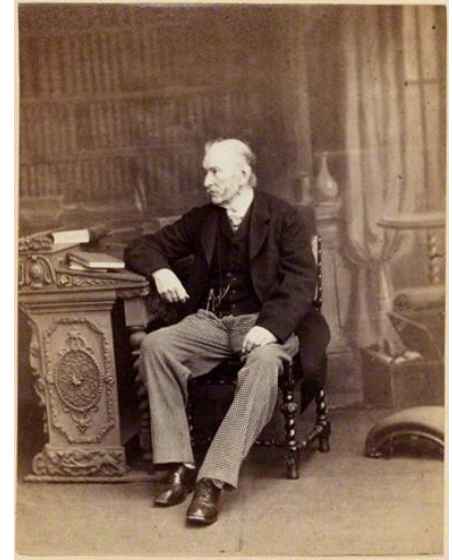
### Historie:

1833 - **Samuel Hunter Christie**, (UK),  
-fyzik, matematik  
-princip DC můstku

1843 – **Charles Wheatstone**, (UK),  
-vědec a vynálezce  
-zdokonalení DC můstku a jeho  
popularizace

### Význam DC můstku:

- Měření odporů (vyvážený můstek)
- Převodník  $R/U$  resp.  $R/I$  pro sledování velmi malých změn odporu (nevyvážený můstek)



*Samuel Hunter Christie*

(převzato z: [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org))

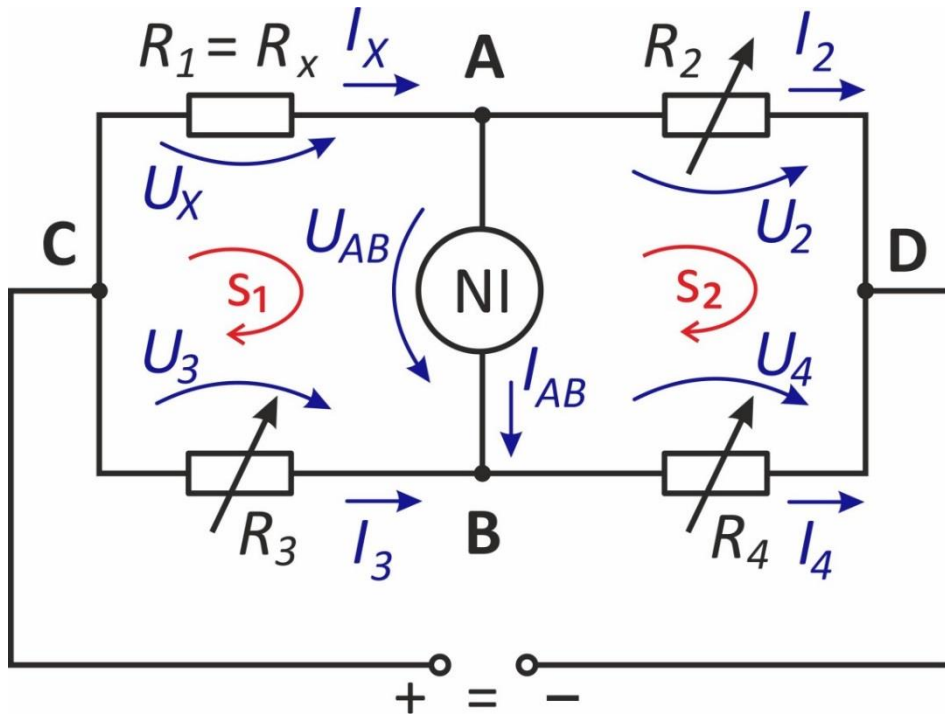


*Charles Wheatstone*

(převzato z: [www.britannica.com](http://www.britannica.com))

# Měření elektrického odporu

## Wheatstoneův můstek



AB...tzv. měřicí diagonála

CD...tzv. napájecí diagonála

NI... nulový indikátor - citlivý DC V-metr nebo A-metr (galvanoměr)

- Rovnovážný stav:

$$NI = 0 \quad (U_{AB} = 0; I_{AB} = 0)$$

$$I_x = I_2; \quad I_3 = I_4$$

$$S_1: \quad U_x + U_{AB} - U_3 = 0$$

$$S_2: \quad U_2 - U_4 - U_{AB} = 0$$

$$U_x = U_3; \quad U_2 = U_4$$

$$R_x I_x = R_3 I_3; \quad R_2 I_2 = R_4 I_4$$

$$\frac{R_x I_x}{R_2 I_2} = \frac{R_3 I_3}{R_4 I_4}$$

$$\boxed{\frac{R_x}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}} \Rightarrow R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}$$

- Metoda vhodná pro měření středně velkých odporů.

# Měření elektrického odporu

## Nevyvážený Wheatstoneův můstek

Čtvrt-můstek napájený zdrojem konstantního napětí

$$R_1 = R_0 + \Delta R$$

$$R_2 = R_3 = R_4 = R_0$$

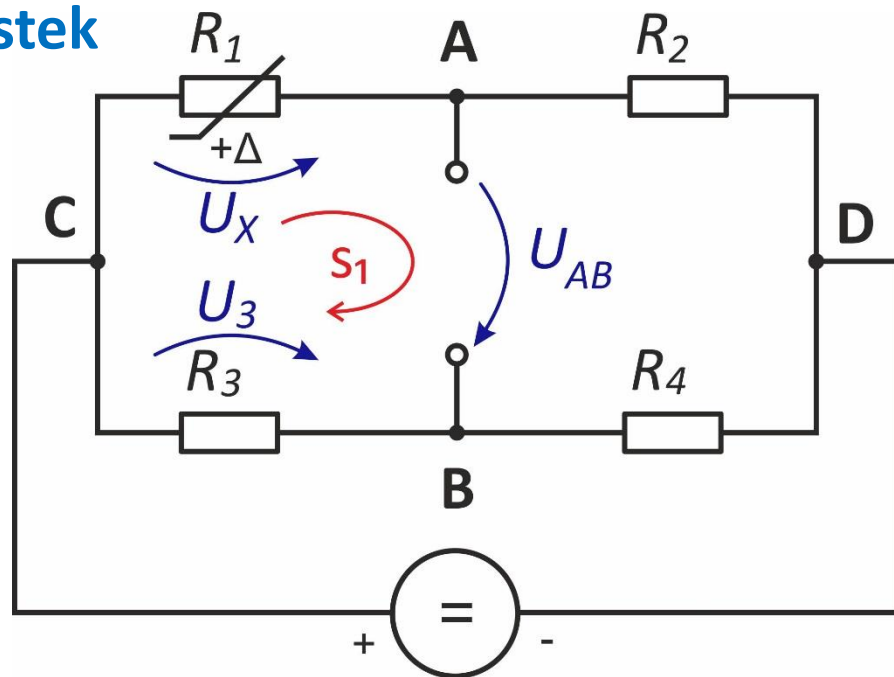
$$U_{AB} = U_3 - U_1 =$$

$$= U_{CD} \left( \frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) =$$

$$= U_{CD} \left( \frac{R_0}{R_0 + R_0} - \frac{R_0 + \Delta R}{R_0 + \Delta R + R_0} \right) = \dots = -\frac{U_{CD}}{4R_0} \cdot \frac{\Delta R}{\left(1 + \frac{\Delta R}{2R_0}\right)}$$

$U_{AB}$  je **nelineárně** závislé na  $\Delta R$ . Citlivost je rovna  $\left(-\frac{U_{CD}}{4R_0}\right)$ .

Pro  $\Delta R \ll 2R_0$  lze psát:  $U_{AB} \cong -\frac{U_{CD}}{4R_0} \Delta R$  (zanedbání nelinearity).



# Měření elektrického odporu

## Nevyvážený Wheatstoneův můstek

Půl-můstek napájený zdrojem konstantního napětí

$$R_1 = R_0 + \Delta R$$

$$R_2 = R_3 = R_0$$

$$R_4 = R_0 + \Delta R$$

$$U_{AB} = U_3 - U_1 =$$

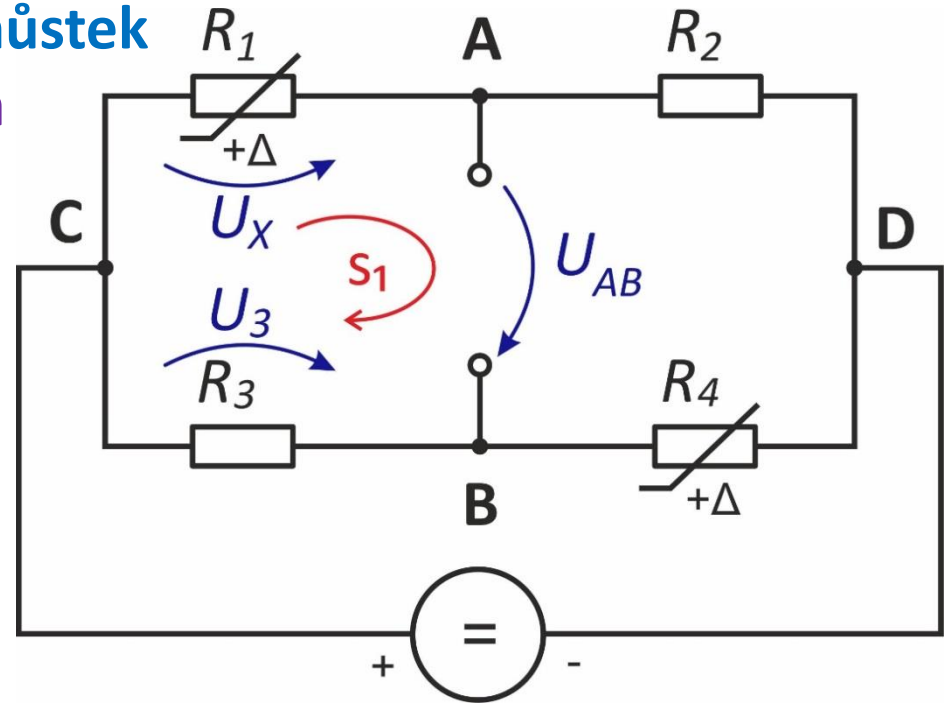
$$= U_{CD} \left( \frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) =$$

$$= U_{CD} \left( \frac{R_0}{R_0 + R_0 + \Delta R} - \frac{R_0 + \Delta R}{R_0 + \Delta R + R_0} \right) = \dots = -\frac{U_{CD}}{2R_0} \cdot \frac{\Delta R}{\left(1 + \frac{\Delta R}{2R_0}\right)}$$

$U_{AB}$  je **nelineárně** závislé na  $\Delta R$ .

Citlivost je oproti čtvrt-můstku dvojnásobná.

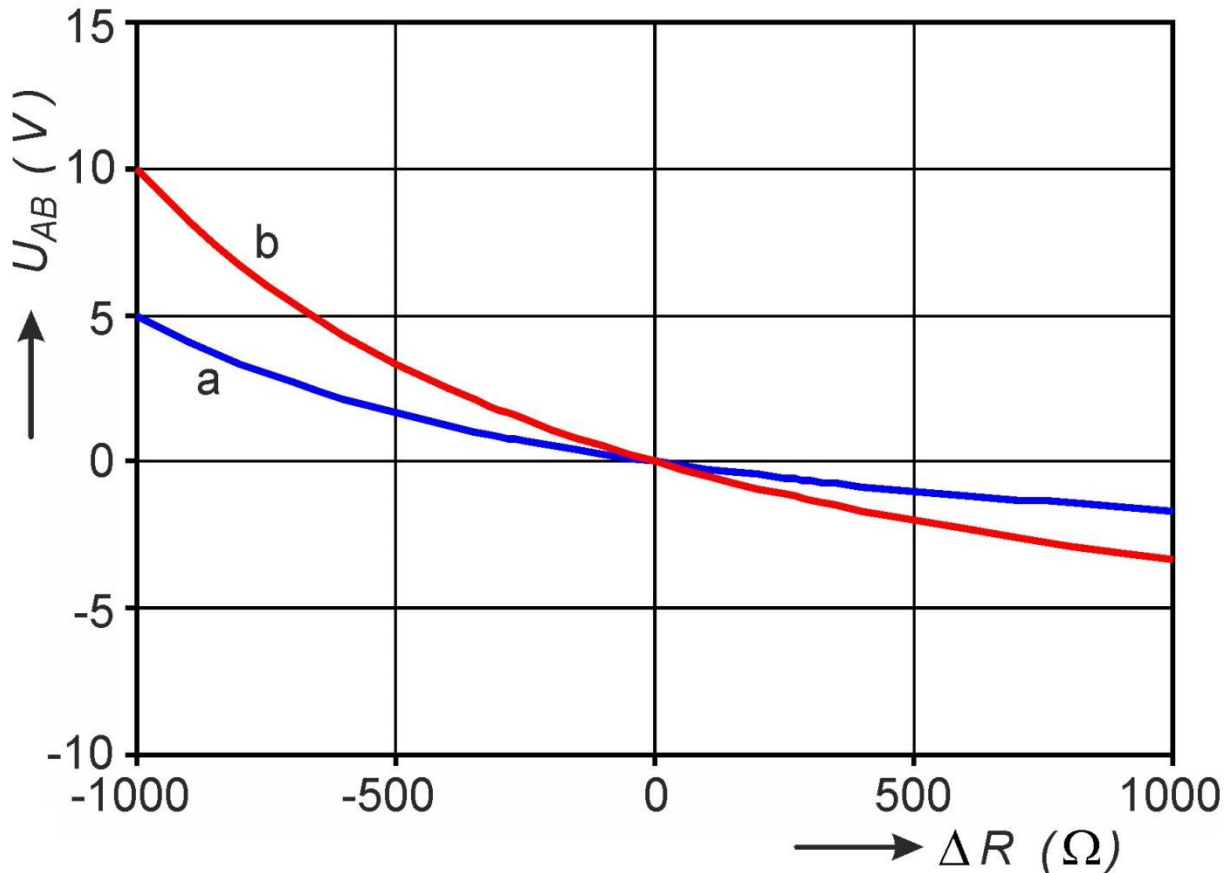
Pro  $\Delta R \ll 2R_0$  lze psát:  $U_{AB} \cong -\frac{U_{CD}}{2R_0} \Delta R$  (zanedbání nelinearity).



# Měření elektrického odporu

## Nevyvážený Wheatstoneův můstek

**Příklad:** Porovnání převodní charakteristiky čtvrt-můstku a půl-můstku napájeného ze zdroje konstantního napětí. Průběhy jsou vykresleny pro případ  $R_0 = 1 \text{ k}\Omega$ ;  $U_{CD} = 10 \text{ V}$ :



a: **Čtvrt-můstek**

$$R_1 = R_0 + \Delta R$$

$$R_2 = R_3 = R_4 = R_0$$

b: **Půl-můstek**

$$R_1 = R_0 + \Delta R$$

$$R_2 = R_3 = R_0$$

$$R_4 = R_0 + \Delta R$$

# Měření elektrického odporu

Nevyvážený Wheatstoneův můstek

Čtvrt-můstek napájený zdrojem konstantního proudu

$$R_1 = R_0 + \Delta R$$

$$R_2 = R_3 = R_4 = R_0$$

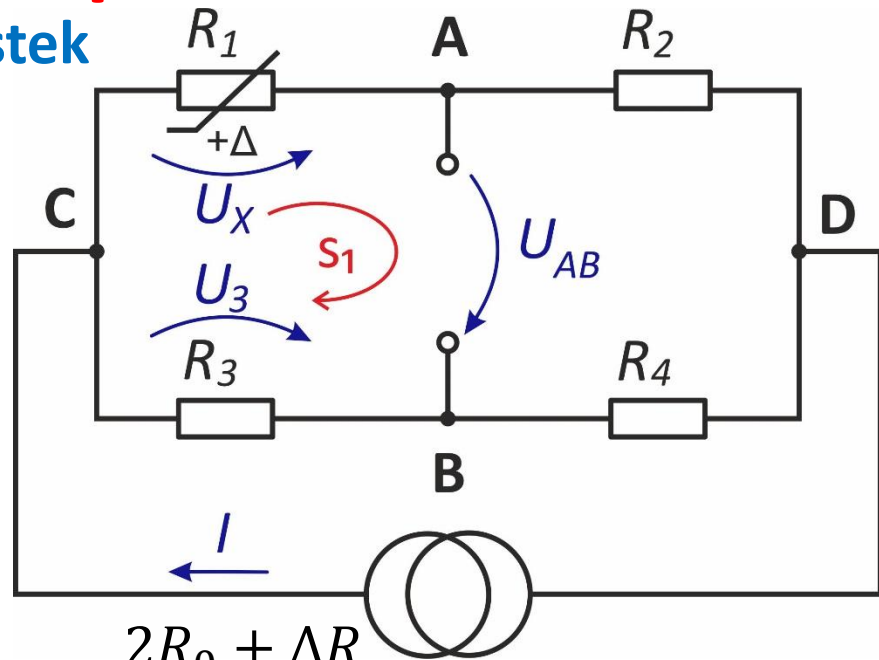
$$U_{CD} = I[(R_1 + R_2) \parallel (R_3 + R_4)] =$$

$$= I \frac{(R_0 + \Delta R + R_0)(R_0 + R_0)}{R_0 + \Delta R + R_0 + R_0 + R_0} = \dots = I \frac{2R_0 + \Delta R}{2 + \frac{\Delta R}{2R_0}}$$

$$U_{AB} = -\frac{U_{CD}}{4R_0} \cdot \frac{\Delta R}{\left(1 + \frac{\Delta R}{2R_0}\right)} = \dots = -\frac{I}{4} \frac{\Delta R}{\left(1 + \frac{\Delta R}{4R_0}\right)}$$

$U_{AB}$  je **nelineárně** závislé na  $\Delta R$ . Citlivost můstku je  $\left(-\frac{I}{4}\right)$ .

Pro  $\Delta R \ll 4R_0$  lze psát:  $U_{AB} \cong -\frac{I}{4} \Delta R$  (zanedbání nelinearity).



# Měření elektrického odporu

Nevyvážený Wheatstoneův můstek

Půl-můstek napájený zdrojem konstantního proudu

$$R_1 = R_0 + \Delta R$$

$$R_2 = R_3 = R_0$$

$$R_4 = R_0 + \Delta R$$

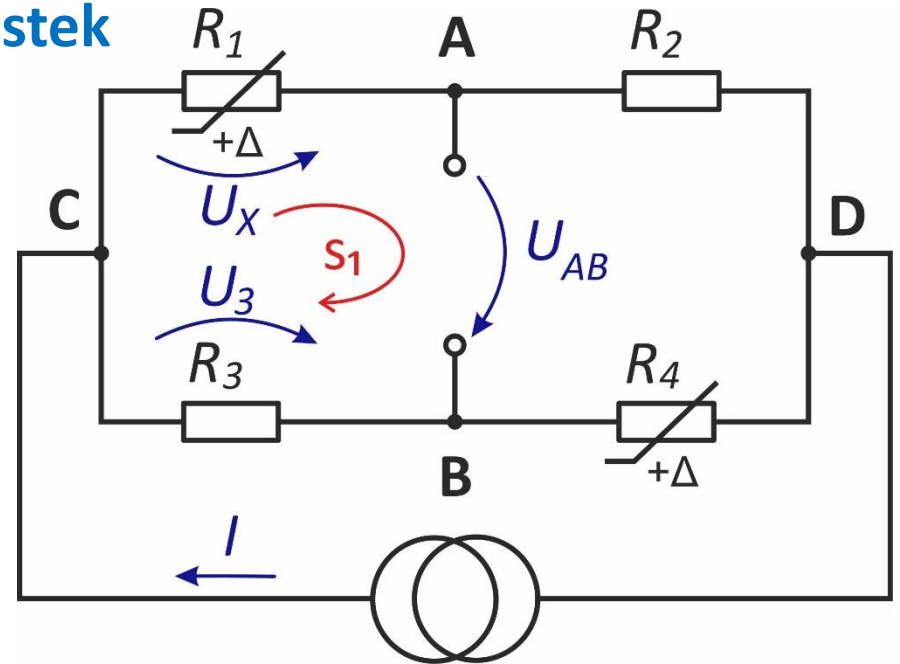
$$U_{CD} = I[(R_1 + R_2) \parallel (R_3 + R_4)] =$$

$$= I \frac{(R_0 + \Delta R + R_0)(R_0 + R_0 + \Delta R)}{R_0 + \Delta R + R_0 + R_0 + R_0 + \Delta R} = \dots = I \frac{2R_0 + \Delta R}{2}$$

$$U_{AB} = -\frac{U_{CD}}{2R_0} \cdot \frac{\Delta R}{\left(1 + \frac{\Delta R}{2R_0}\right)} = \dots = -\frac{I}{2} \Delta R$$

Závislost  $U_{AB}$  na  $\Delta R$  je **lineární!**

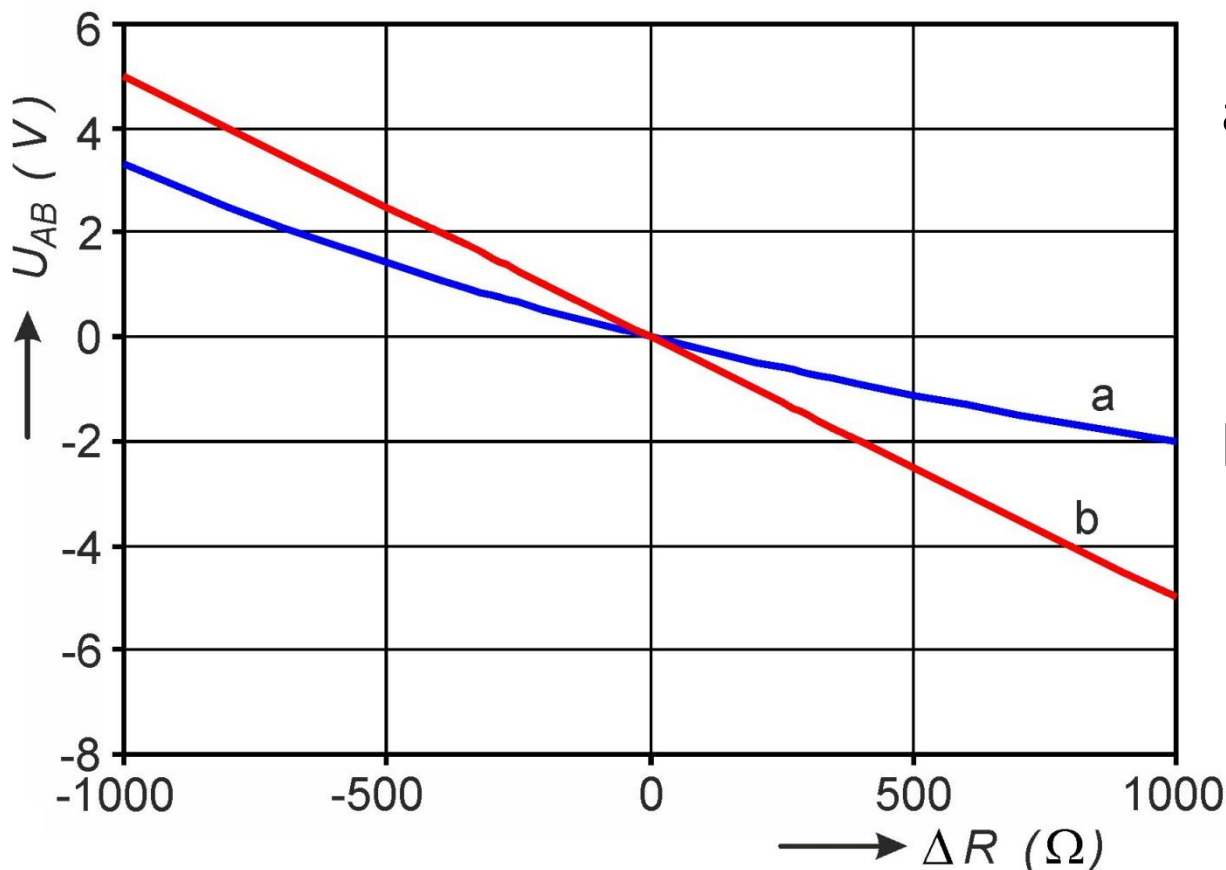
Citlivost vzrostla oproti čtvrt-můstku na dvojnásobek.



# Měření elektrického odporu

## Nevyvážený Wheatstoneův můstek

**Příklad:** Porovnání převodní charakteristiky čtvrt-můstku a půl-můstku napájeného ze zdroje konstantního proudu. Průběhy jsou vykresleny pro případ  $R_0 = 1 \text{ k}\Omega$ ;  $I = 10 \text{ mA}$ :



a: **Čtvrt-můstek**

$$R_1 = R_0 + \Delta R$$

$$R_2 = R_3 = R_4 = R_0$$

b: **Půl-můstek**

$$R_1 = R_0 + \Delta R$$

$$R_2 = R_3 = R_0$$

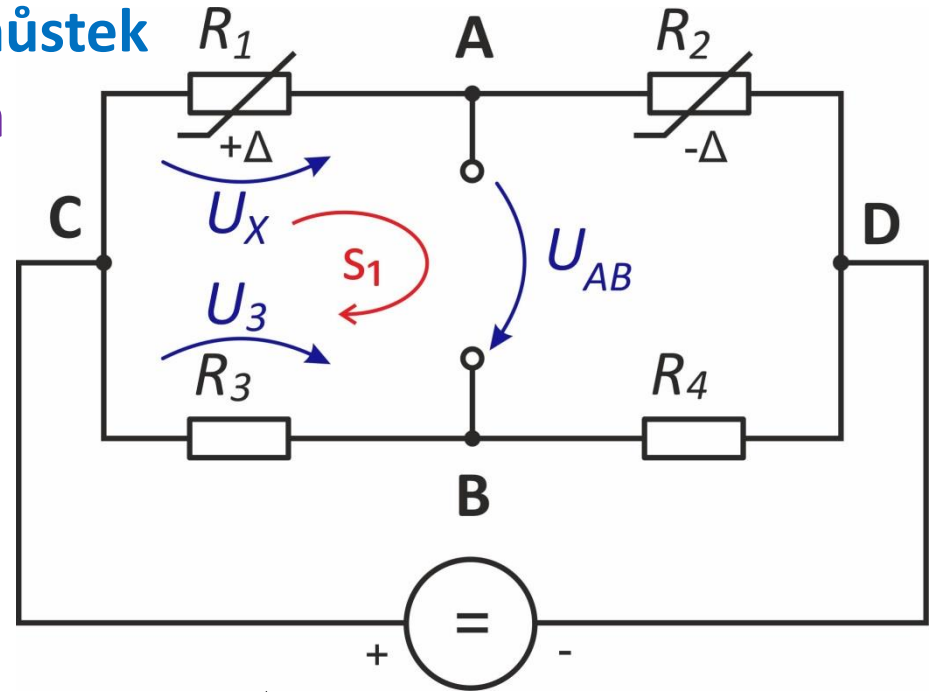
$$R_4 = R_0 + \Delta R$$

# Měření elektrického odporu

## Nevyvážený Wheatstoneův můstek

Půl-můstek napájený zdrojem konst. napětí a se senzory v diferenciálním uspořádání

$$\begin{aligned}R_1 &= R_0 + \Delta R \\ R_2 &= R_0 - \Delta R \\ R_3 &= R_4 = R_0\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}U_{AB} &= U_3 - U_1 = U_{CD} \left( \frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = \\ &= U_{CD} \left( \frac{R_0}{R_0 + R_0} - \frac{R_0 + \Delta R}{R_0 + \Delta R + R_0 - \Delta R} \right) = \dots = -\frac{U_{CD}}{2R_0} \Delta R\end{aligned}$$

Závislost  $U_{AB}$  na  $\Delta R$  je **lineární!**

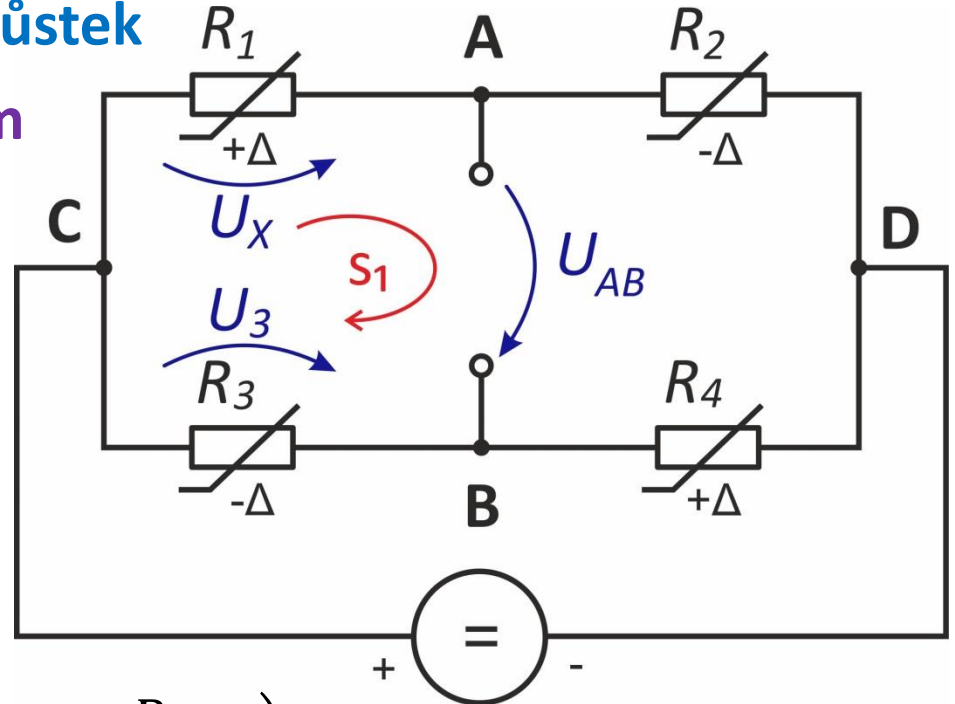
Citlivost vzrostla oproti čtvrt-můstku na dvojnásobek.

# Měření elektrického odporu

## Nevyvážený Wheatstoneův můstek

Plný můstek napájený zdrojem konst. napětí a se senzory v diferenciálním uspořádání

$$\begin{aligned}R_1 &= R_0 + \Delta R \\R_2 &= R_0 - \Delta R \\R_3 &= R_0 - \Delta R \\R_4 &= R_0 + \Delta R\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}U_{AB} &= U_3 - U_1 = U_{CD} \left( \frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = \\&= U_{CD} \left( \frac{R_0 - \Delta R}{R_0 - \Delta R + R_0 + \Delta R} - \frac{R_0 + \Delta R}{R_0 + \Delta R + R_0 - \Delta R} \right) = \dots = -\frac{U_{CD}}{R_0} \Delta R\end{aligned}$$

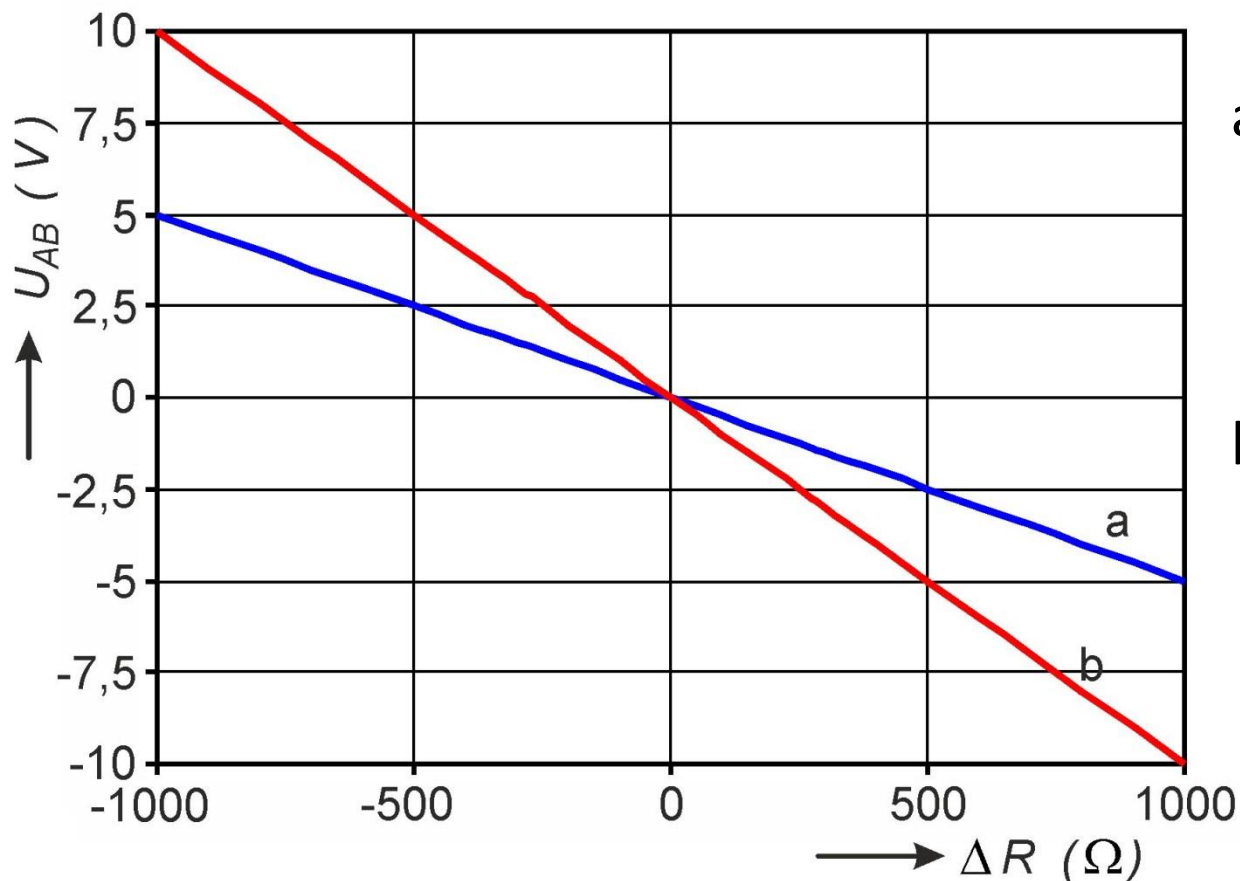
Závislost  $U_{AB}$  na  $\Delta R$  je **lineární!**

Citlivost vzrostla oproti čtvrt-můstku na čtyřnásobek.

# Měření elektrického odporu

## Nevyvážený Wheatstoneův můstek

**Příklad:** Porovnání převodní charakteristiky půl-můstku a plného můstku napájeného ze zdroje konstantního napětí. Průběhy jsou vykresleny pro případ  $R_0 = 1 \text{ k}\Omega$ ;  $U_{CD} = 10 \text{ V}$ :



a: **Půl-můstek**

$$R_1 = R_0 + \Delta R$$

$$R_2 = R_0 - \Delta R$$

$$R_3 = R_4 = R_0$$

b: **Plný-můstek**

$$R_1 = R_0 + \Delta R$$

$$R_2 = R_0 - \Delta R$$

$$R_3 = R_0 - \Delta R$$

$$R_4 = R_0 + \Delta R$$

# Měření elektrického odporu

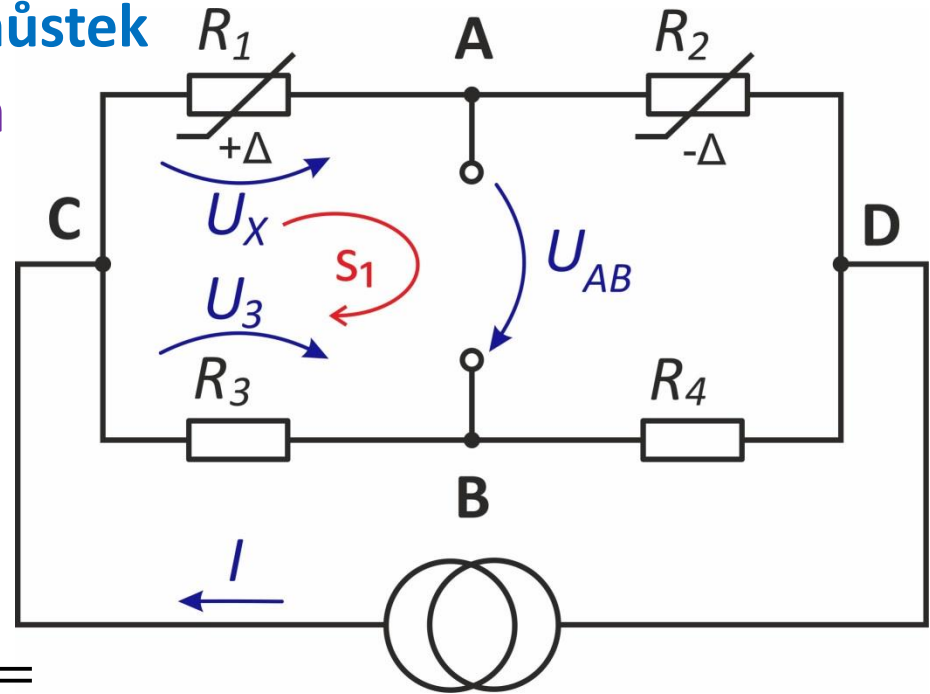
## Nevyvážený Wheatstoneův můstek

Půl-můstek napájený zdrojem konst. proudu a se senzory v diferenciálním uspořádání

$$R_1 = R_0 + \Delta R$$

$$R_2 = R_0 - \Delta R$$

$$R_3 = R_4 = R_0$$



$$U_{CD} = I[(R_1 + R_2) \parallel (R_3 + R_4)] =$$

$$= I \frac{(R_0 + \Delta R + R_0 - \Delta R)(R_0 + R_0)}{R_0 + \Delta R + R_0 - \Delta R + R_0 + R_0} = \dots = IR_0$$

$$U_{AB} = -\frac{U_{CD}}{2R_0} \Delta R = -IR_0 \frac{1}{2R_0} \Delta R = -\frac{I}{2} \Delta R$$

Závislost  $U_{AB}$  na  $\Delta R$  je **lineární!**

Citlivost vzrostla oproti čtvrt-můstku na dvojnásobek.

# Měření elektrického odporu

Nevyvážený Wheatstoneův můst

Plný můstek napájený zdrojem konst. proudu a se senzory v diferenciálním uspořádání

$$R_1 = R_0 + \Delta R$$

$$R_2 = R_0 - \Delta R$$

$$R_3 = R_0 - \Delta R$$

$$R_4 = R_0 + \Delta R$$

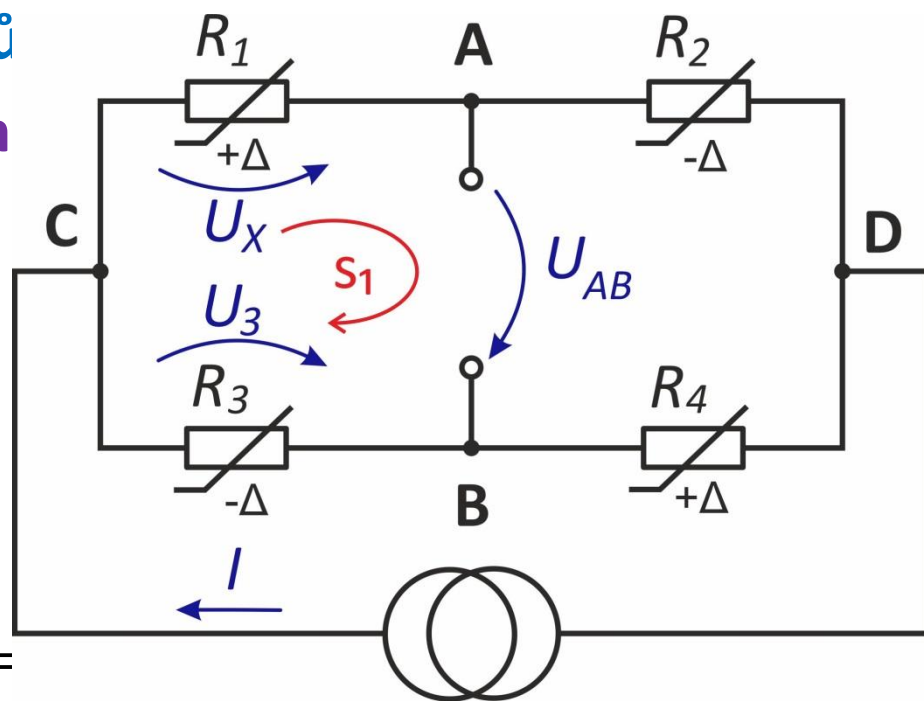
$$U_{CD} = I[(R_1 + R_2) \parallel (R_3 + R_4)] =$$

$$= I \frac{(R_0 + \Delta R + R_0 - \Delta R)(R_0 - \Delta R + R_0 + \Delta R)}{R_0 + \Delta R + R_0 - \Delta R + R_0 + R_0} = \dots = IR_0$$

$$U_{AB} = -\frac{U_{CD}}{R_0} \Delta R = -IR_0 \frac{1}{R_0} \Delta R = -I\Delta R$$

Závislost  $U_{AB}$  na  $\Delta R$  je **lineární!**

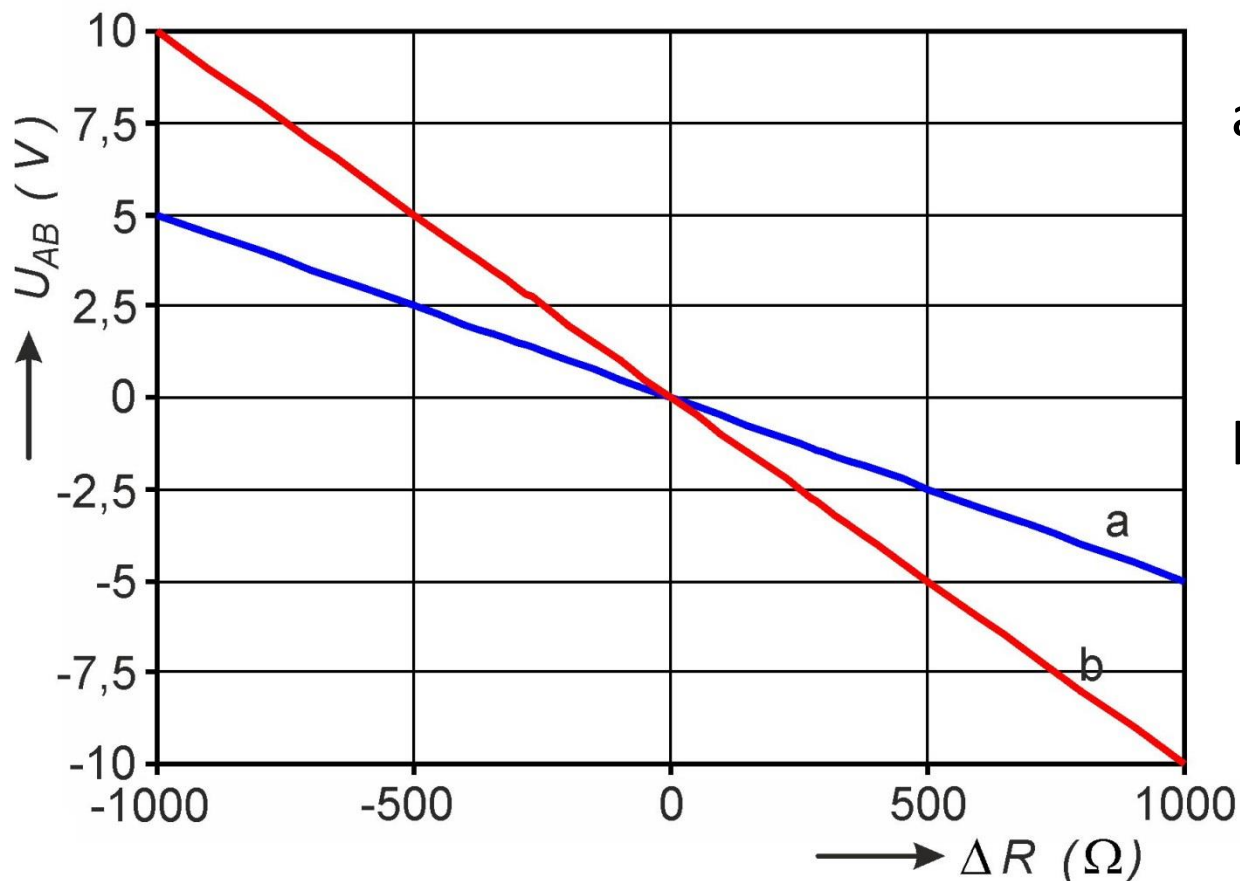
Citlivost vzrostla oproti čtvrt-můstku na čtyřnásobek.



# Měření elektrického odporu

## Nevyvážený Wheatstoneův můstek

**Příklad:** Porovnání převodní charakteristiky půl-můstku a plného můstku napájeného ze zdroje konstantního proudu. Průběhy jsou vykresleny pro případ  $R_0 = 1 \text{ k}\Omega$ ;  $I = 10 \text{ mA}$ :



a: **Půl-můstek**

$$R_1 = R_0 + \Delta R$$

$$R_2 = R_0 - \Delta R$$

$$R_3 = R_4 = R_0$$

b: **Plný-můstek**

$$R_1 = R_0 + \Delta R$$

$$R_2 = R_0 - \Delta R$$

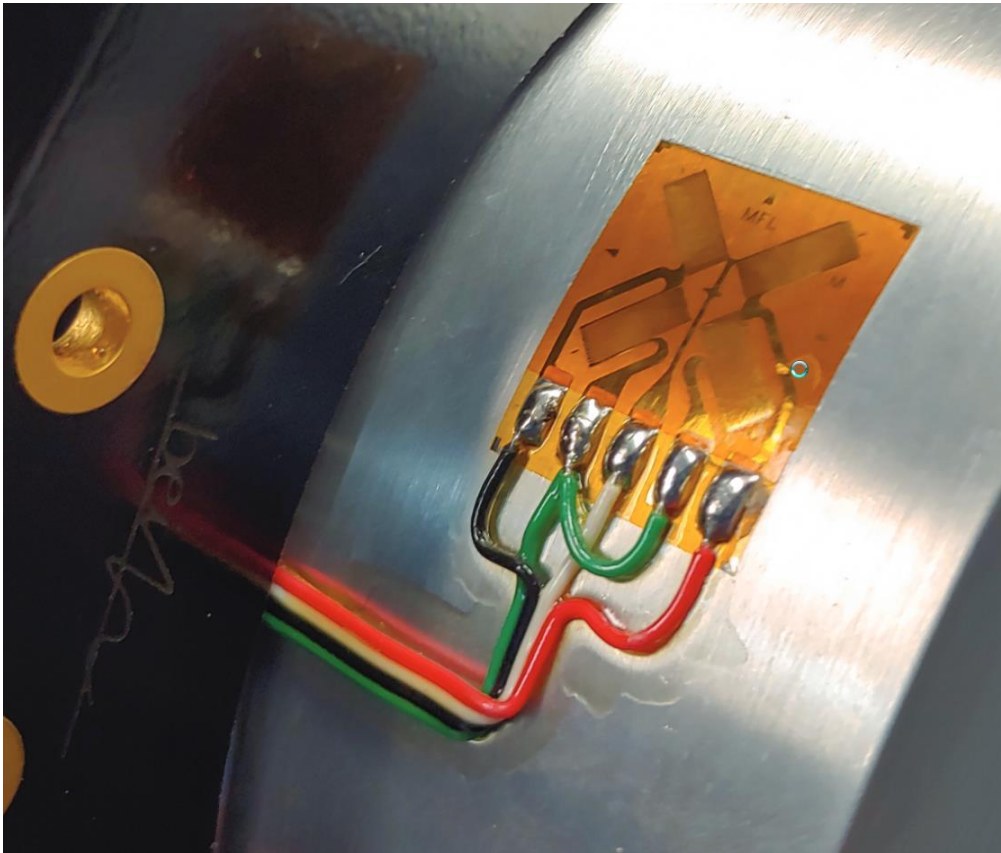
$$R_3 = R_0 - \Delta R$$

$$R_4 = R_0 + \Delta R$$

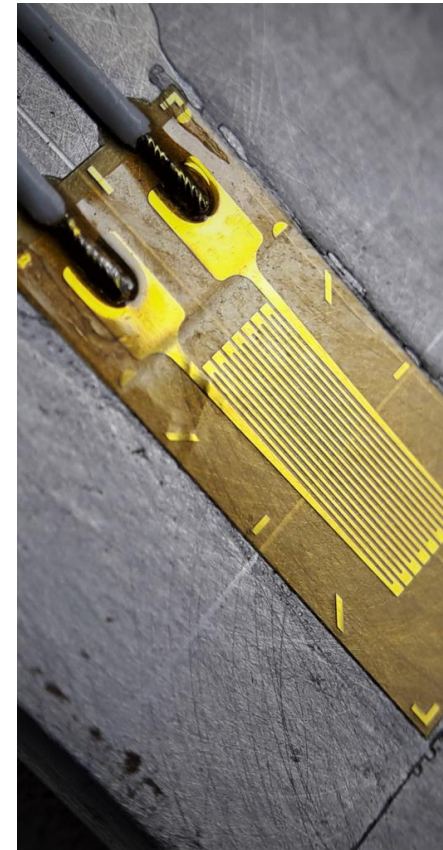
# Měření elektrického odporu

## Nevyvážený Wheatstoneův můstek

**Příklad:** Využití nevyváženého můstku k měření mechanického namáhání (síly, tlaky, momenty sil, průhyby nosníků...)



*Tenzometrický můstek pro měření  
krouťícího momentu (převzato z: <https://binsfeld.com>)*

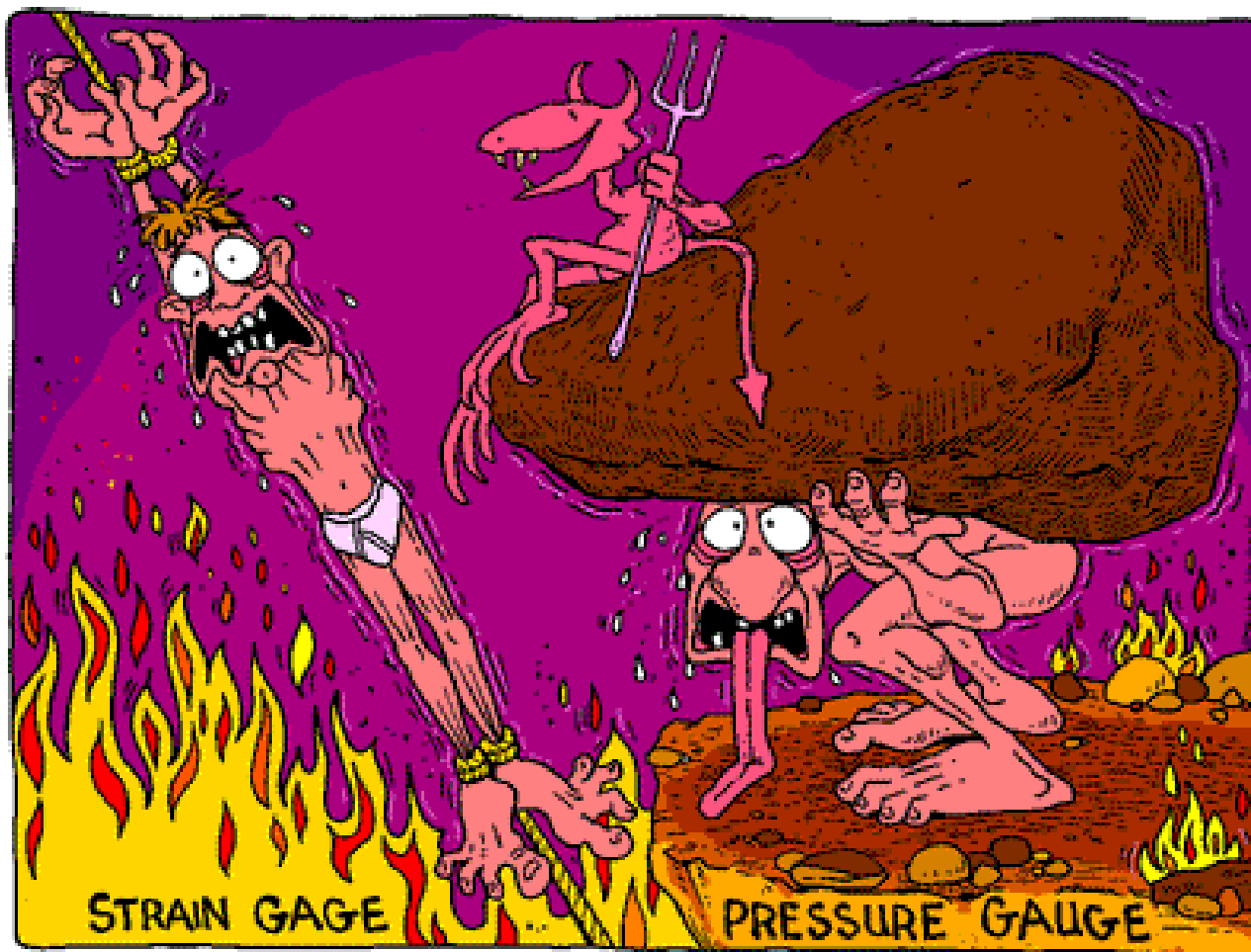


*Jednosý odporový tenzometr  
(převzato z: <https://www.michsci.com>)*

# Měření elektrického odporu

## Nevyvážený Wheatstoneův můstek

Anglicky se tenzometr řekne **Strain Gauge** popř. **Strain Gage**.

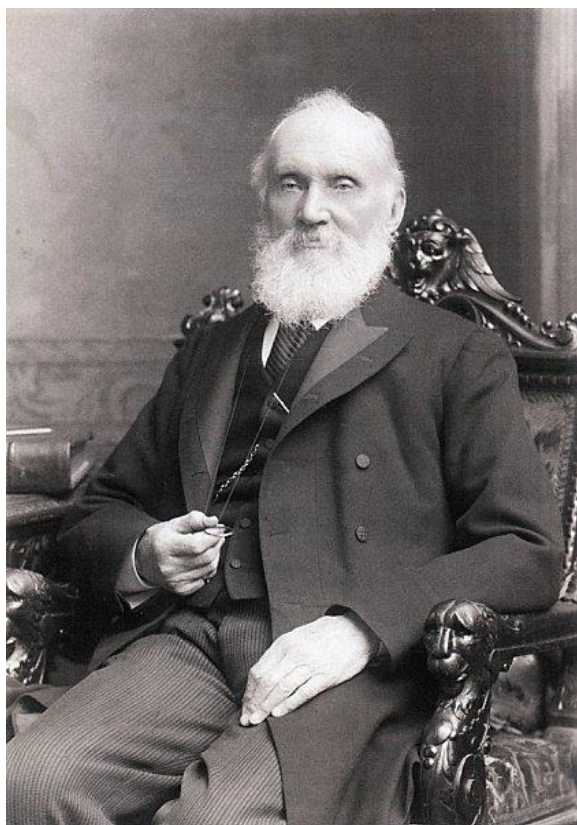


(převzato z: [http://www.educatorscorner.com/images/cartoon\\_strainb-lg.gif](http://www.educatorscorner.com/images/cartoon_strainb-lg.gif))

# Měření elektrického odporu

## Thomsonův můstek

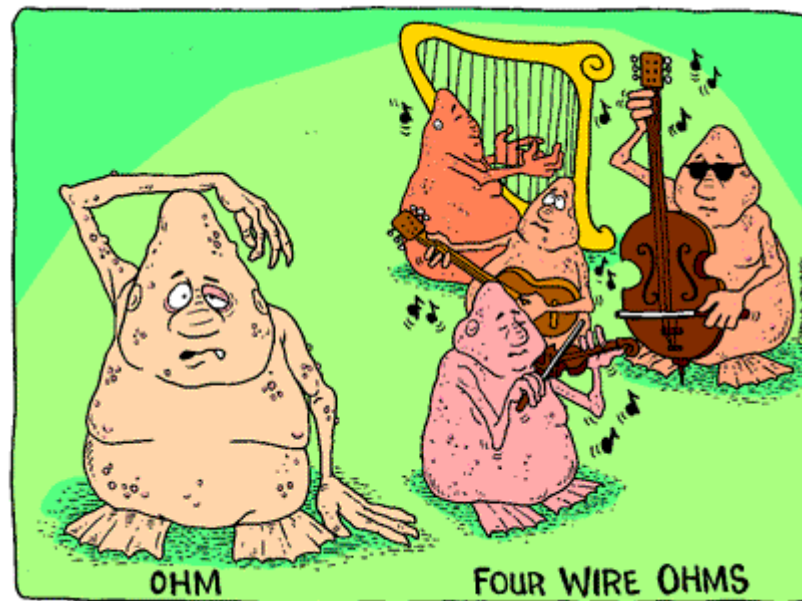
1861 – William Thomson,  
(UK), -matematik, fyzik,  
vynálezce...



*William Thomson (Lord Kelvin)*

(převzato z: [www.edukalife.blogspot.com](http://www.edukalife.blogspot.com))

- **Význam:** Přesné měření velmi malých odporů.
- **Princip:** Zapojení umožňuje připojit měřený odpor do můstku čtyřvodičově (4-wire)



([http://www.educatorscorner.com/images/cartoon\\_ohmb-lg.gif](http://www.educatorscorner.com/images/cartoon_ohmb-lg.gif)  
HP Electronic Cartoons by Rand Kruback)

# Měření elektrického odporu

## Thomsonův můstek

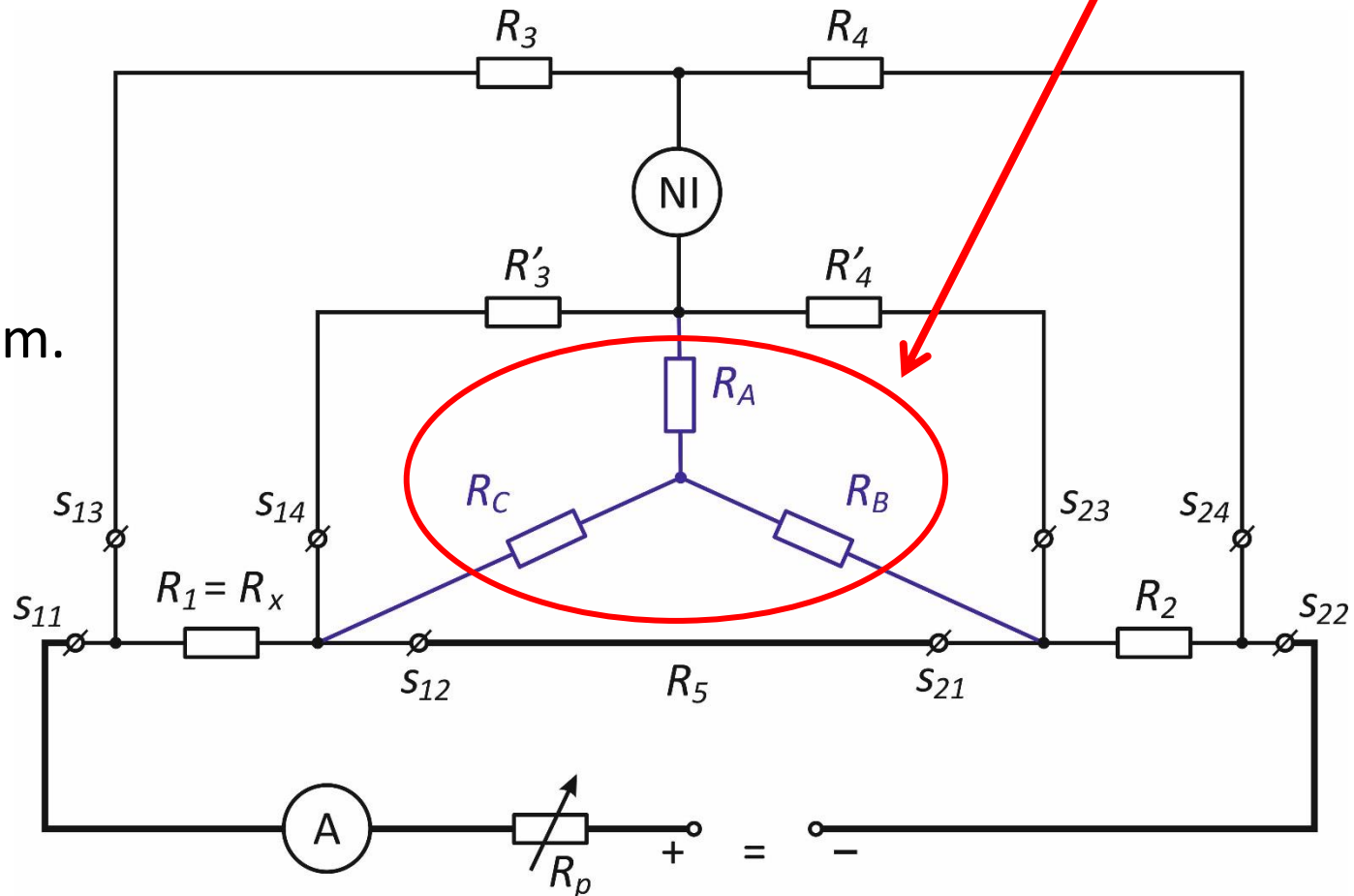
Hlavní podm.  
rovnováhy:

$$\frac{R_x}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

Pomocná podm.  
rovnováhy:

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{R'_3}{R'_4}$$

(Pozn.:  $R_A, R_B, R_C$  vznikne transfigurací)



# Měření elektrického odporu

## Thomsonův můstek

### Odvození podmínek rovnováhy

Transfigurace trojúhelník – hvězda (viz modrá část zapojení).

$$R_B = \frac{R'_4 R_5}{R'_3 + R'_4 + R_5} ; \quad R_C = \frac{R'_3 R_5}{R'_3 + R'_4 + R_5}$$

$$\frac{R_x + R_C}{R_2 + R_B} = \frac{R_3}{R_4} \Rightarrow R_x + R_C = (R_2 + R_B) \frac{R_3}{R_4}$$

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} + R_B \frac{R_3}{R_4} - R_C$$

...

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} + \frac{R'_4 R_5}{R'_3 + R'_4 + R_5} \left( \frac{R_3}{R_4} - \frac{R'_3}{R'_4} \right)$$

“korekční” člen

Pokud platí pomocná podmínka, je korekční člen nulový a vztah pro vyvážený stav je stejný jako pro Wheatstoneův můstek.

# Měření elektrického odporu

## Thomsonův můstek

**Příklad:** DC Kelvin bridge  
QJ57E, Tinsley

- Měřicí rozsah:  
1,11110 m $\Omega$  až 1,11110 k $\Omega$
- Chyba měření:  
 $\pm 3 \%$  až  $\pm 0.03 \%$
- NI: vestavěný ručkový přístroj
- Napájení: bateriové
- Rozměry:  
315 x 280 x 165 mm



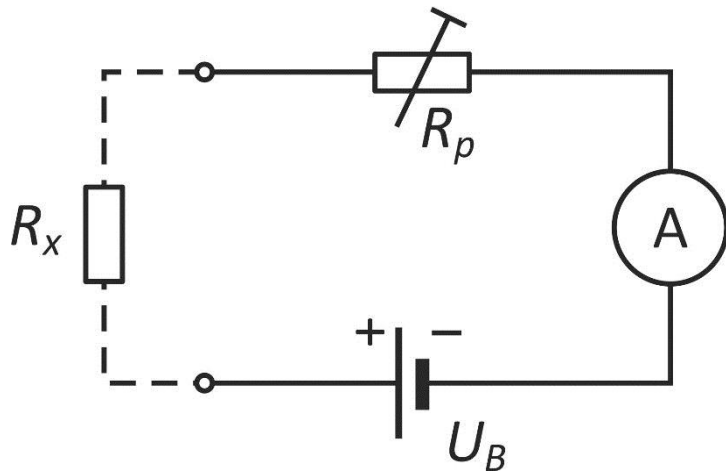
*Thomsonův můstek QJ57E, Tinsley  
(převzato z: [www.tinsley.co.uk](http://www.tinsley.co.uk))*

# Měření elektrického odporu

## Ohmetry

- Orientační a provozní měření odporů střední velikosti.

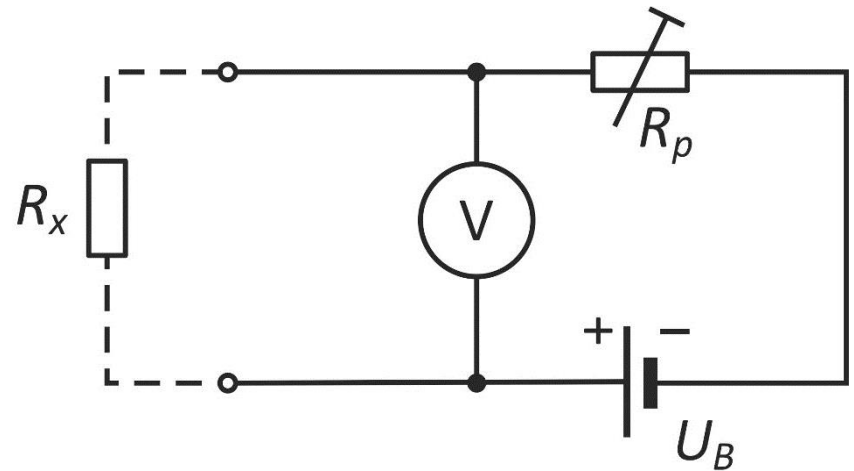
### Varianta I.



#### Vlastnosti:

- Nula vpravo ( $R_x = 0 \Omega$ )  
(bez výchylky při  $R_x \rightarrow \infty$ )
- Nelineární stupnice
- Chyba měření:  $\sim 1\%$  až  $10\%$   
(měř. rozs. cca  $10 \Omega$  až  $1 \text{ M}\Omega$ )

### Varianta II.



#### Vlastnosti:

- Nula vlevo ( $R_x = 0 \Omega$ )  
(max. výchylka při  $R_x \rightarrow \infty$ )
- Nelineární stupnice
- Chyba měření:  $\sim 1\%$  až  $10\%$   
(měř. rozs. cca  $0,1 \Omega$  až  $100 \Omega$ )

# Měření elektrického odporu

## Ohmetry

**Příklad:** Multimetr **MX1**, Metrix, [4]

- Měřicí rozsahy:  
10  $\Omega$  – 20 k $\Omega$   
100  $\Omega$  – 200 k $\Omega$   
1 k $\Omega$  – 2 M $\Omega$
- Měřicí proudy:  
8 mA/800  $\mu$ A/80  $\mu$ A  
(dle rozsahu, na konci stupnice)
- Napětí naprázdno: 1,5 V
- Chyba měření:  $\pm 10\%$
- Nulování: pomocí kalibračního knoflíku, při zkratovaných svorkách



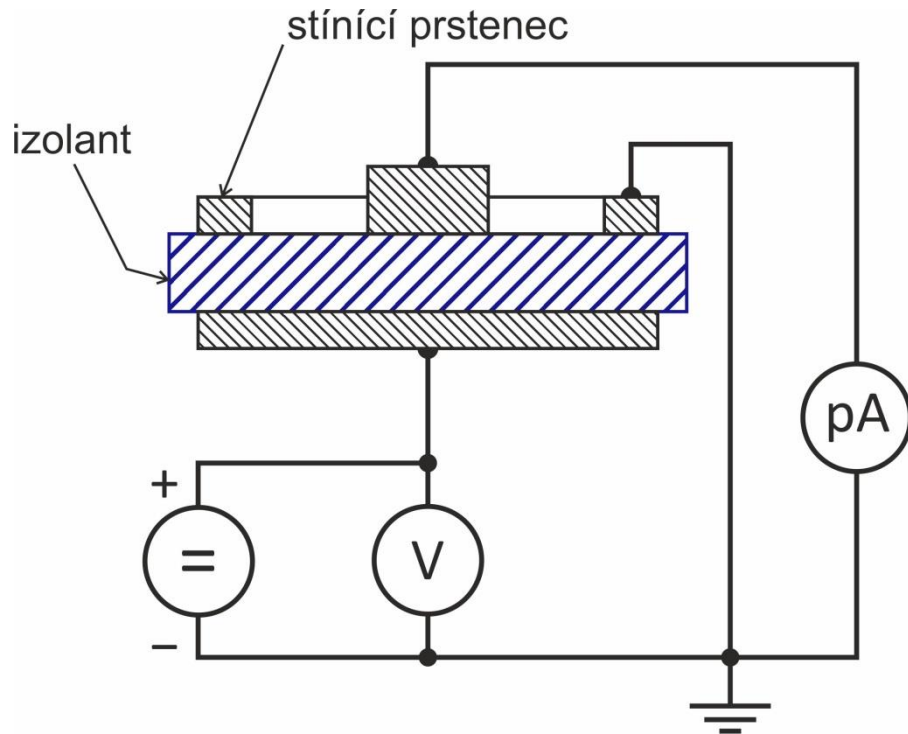
**MX1-Metrix**

(převzato z: [www.chauvin-arnoux.com](http://www.chauvin-arnoux.com))

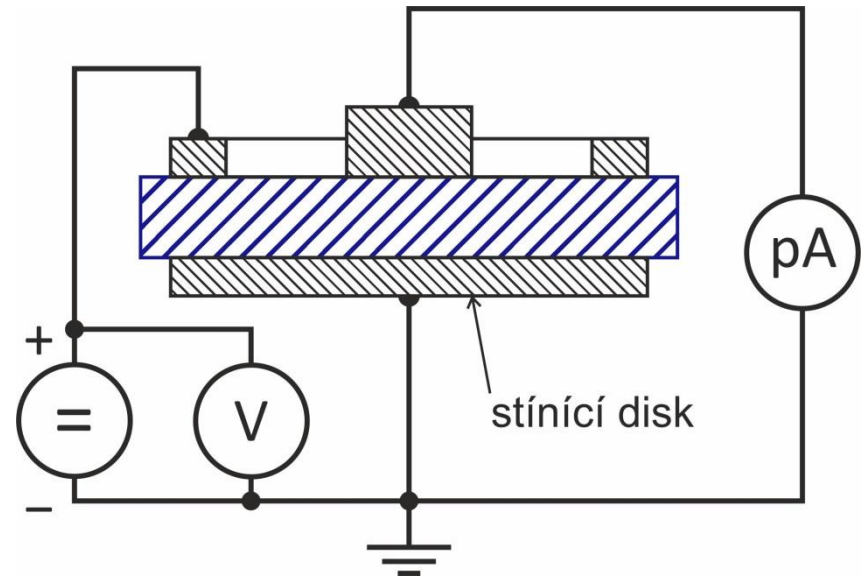
# Měření elektrického odporu

## Měření odporu izolantů

### Měření izolačního odporu izolantů



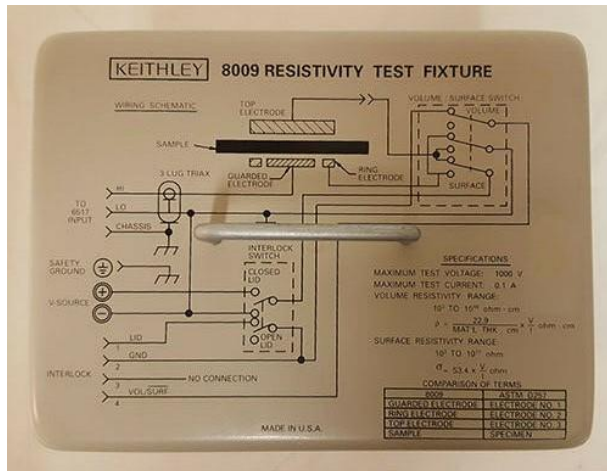
### Měření povrchového odporu izolantů



# Měření elektrického odporu

## Měření odporu izolantů

**Příklad: Keythley 8009** – Přípravek pro testování izolantů, [5]  
(Elektrodový systém pro připojení k elektrometru 6217 Keythley)



# Literatura

- [1] Haasz V.: Elektrická měření – přístroje a metody, ČVUT 2018
- [2] Wika: Standard reference resistor Model CER6000, Data Sheet CT 70.30, 2018, [www.wika.de](http://www.wika.de)
- [3] Meatest: MTE-1 Etalony odporu, kapacity a indukčnosti, Data Sheet, v17. 3, 2010, [www.meatest.cz](http://www.meatest.cz)
- [4] Metrix: MX 1 Multimeter, Data Sheet, X02917B00 - Ed. 04 - 03/13, 2013, [www.chauvin-arnoux.com](http://www.chauvin-arnoux.com)
- [5] Keythley: Model 8009 Resistivity Test Fixture – Instruction manual, 8009-901-01 Rev. D / May 2019