

# CZP – Přednáška č.2

Základní signály používané v číslicovém zpracování, komplexní exponenciála

Základní operace s posloupnostmi

Reprezentace diskrétního signálu pomocí váhovaných delta funkcí

Základní práce se signály/daty - Korelace, korelační funkce, autokorelace, vzájemná korelace

## SYSTÉMY

Definice systému, inverzního systému

Základní vlastnosti číslicových systémů

Linearita

Časová invariance

Relace vstupu a výstupu LTI systému – konvoluce

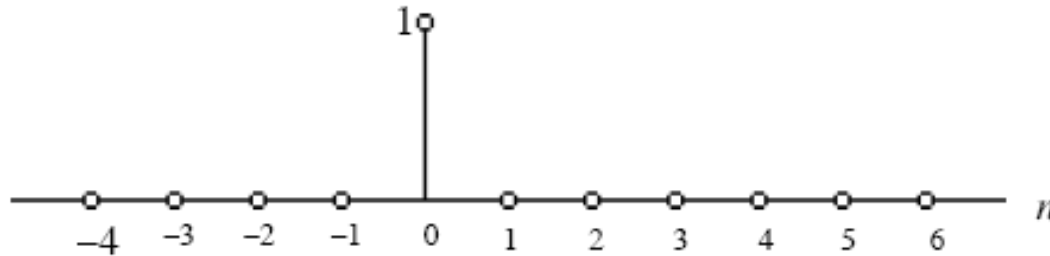
Stabilita LTI systémů

Kauzalita LTI systémů

Korelace vs Konvoluce – druhy konvoluce (lineární, cyklická, lin.konvoluce signálů konečné délky (Fast convolution/rychlá konvoluce), lin.konvoluce signálů nekonečné délky (metody add save, add overlap))

# Základní signály používané v CZS

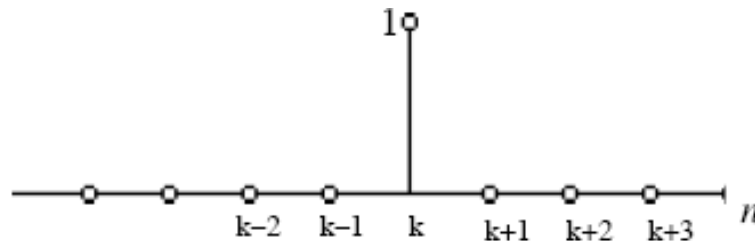
## Jednotkový impuls /delta funkce/



$$\delta[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

- Jeho posun v čase

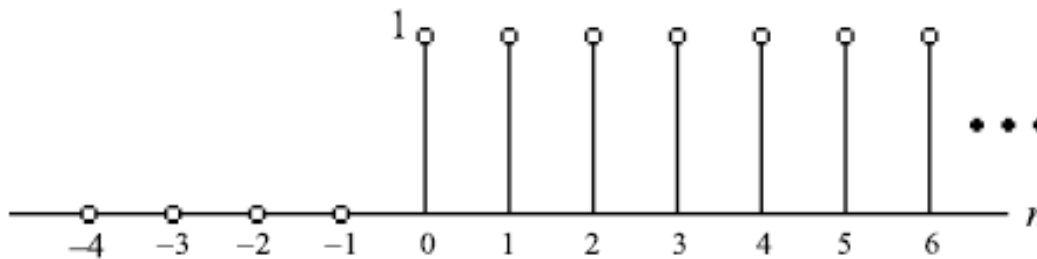
$$\delta[n - k]$$



- Matlab `>delta=[1, zeros(1,N-1)]`

# Základní signály používané v CZS

## Jednotkový skok /unity step – $u(n)$ /



$$u[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

- Může být také vyjádřen pomocí delta funkce

$$u[n] = \sum_{k=-\infty}^n \delta[k]$$

- Obdobně delta funkce (jednotkový impuls):

$$\delta[n] = u[n] - u[n - 1]$$

- Matlab `>u=[ones(1,N-1)]`

# Základní signály používané v CZS

## Exponenciální funkce

- Obecná forma  $x[n] = C \cdot e^{\alpha n}$ , příp.  $x[t] = C \cdot e^{\alpha t}$
  - 4 formy
    - **C,  $\alpha$  reálné** – reálná exp., která může klesat i růst, průběh známe z popisu přechodových dějů v el.obvodech
    - **$\alpha = 0$**  – signál  $x(n)$  je konstantní
    - **C,  $\alpha$  komplexní** – nejobecnější případ, lze odvodit zvláštní případ exponenciálního nárůstu/ tlumení harmonického signálu  
$$x[n] = C \cdot e^{r n} \cdot \cos(\omega_N n + \phi),$$

kdy pro  $r > 0$  je průběh narůstající, pro  $r < 0$  průběh klesající
    - **$\alpha$  ryze imaginární** – dostáváme velice důležitý periodický signál, tzv. KOMPLEXNÍ EXPONENCIÁLU
- ★ Vysvětlení KOMPLEXNÍ EXPONENCIÁLY na samostatné prezentaci, kde bude diskutována i periodicitu a vyšší harmonické složky

# Základní signály používané v CZS

- Rozmítaný signál (chirp)

$$x(n) = \sin\left(\frac{\pi * f_m * n^2}{(N - 1) * f_s}\right)$$

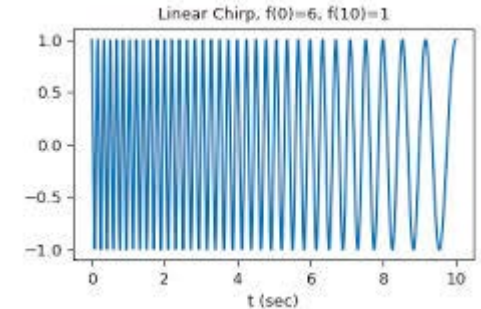
$f_m$  – max.požadovaný kmitočet

$N$  - celkový počet generovaných vzorků sekvence

$f_s$  - vzorkovací frekvence

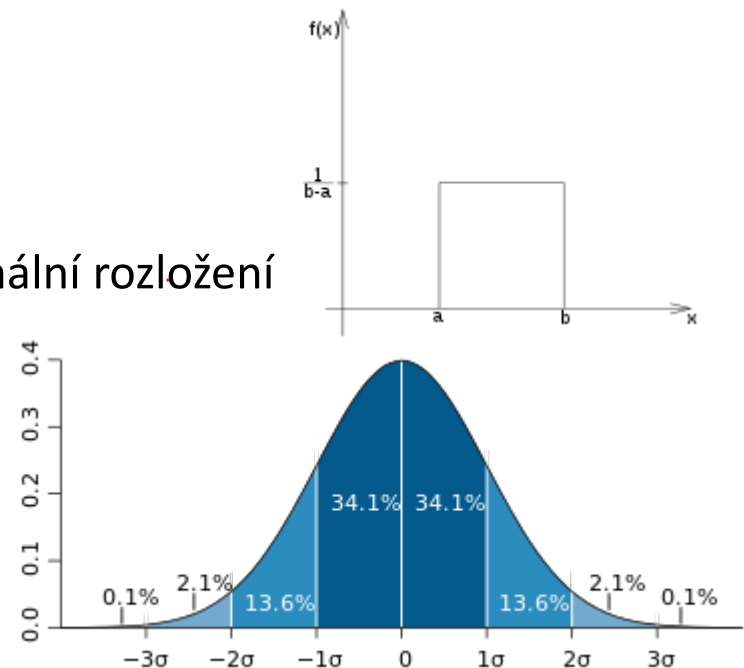
$$f_m \leq f_s / 2$$

Matlab: `>chirp([0:1/Ts:T], F0, T1, F1)`



- Šumový signál

- pro naše účely převážně budeme používat normální rozložení hustoty pravděpodobnosti (Gaussova křivka)
- v Matlabu implicitní (intrinsic ) funkce  
`>rand()` `>randn()`



# Energie a výkon signálu

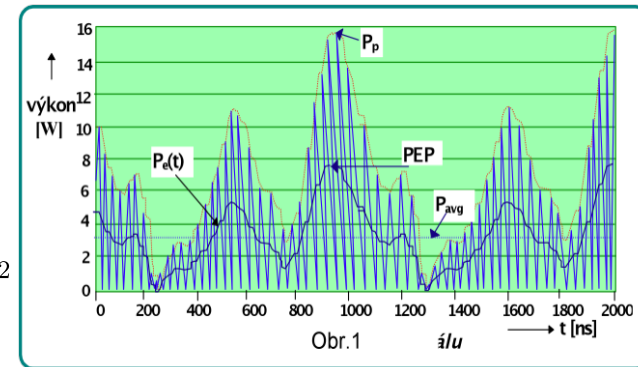
- Hlavní charakteristiky signálů – energie a výkon
- Statistické vlastnosti signálů – stř.hodnota a rozptyl
- Definujeme:

- $E_\infty$  - celková (nekon.) energie 
$$E_\infty = \sum_{-\infty}^{\infty} |x(n)|^2$$

- $P_\infty$  - celkový (nekon.) výkon 
$$P_\infty = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{-\infty}^{\infty} |x(n)|^2$$

- $E_\phi$  - průměrná energie 
$$E_\phi = \sum_{n=n_1}^{n_2} |x(n)|^2$$

- $P_\phi$  - průměrný výkon 
$$P_\phi = \frac{1}{n_2 - n_1 + 1} \sum_{n=n_1}^{n_2} |x(n)|^2$$



Dají se rozlišit 3 třídy signálů:

- 1.  $E_\infty < \infty \wedge P_\infty \rightarrow \infty$
- 2.  $E_\infty \rightarrow \infty \wedge P_\infty \rightarrow \infty$
- 3.  $E_\infty < \infty \wedge P_\infty \rightarrow \infty$

Př: delta funkce

Př: periodická funkce (nedává užit.inform.)

Př: rostoucí funkce

# Základní práce se signály - Autokorelace signálu, vzájemná korelace

## KORELACE

- Otázka, jak porovnat dvě sekvence získaných dat?
- tj. jejich podobnost?
- nabízí se řešení: vzít body korepondující 2 body (a každé sekvence jeden), něco s nimi provést (metobemí) a celou (výsledky) jednoduších páru sečíst
- v případě velkého množství dat a náhodných (nepodobných) sekvencí by se výsledky součet měl blížit k nule.
- tj. výslyt záporných a kladných výsledků při náhodném výběru vede k nule.
- na tomto je založena korelace, tedy míra podobnosti
- ▲ naproti tomu, existence nemulového výsledku napovídá o jistém stupni podobnosti.

## KORELACE

- autokorelace (nezávislost dat jedné sekvence)
- ~~rozlišovací~~ <sup>vzájemná</sup> korelace (nezávislost dat dvou sekvencí)
- my se budeme zabývat ~~rozlišovací~~ <sup>vzájemnou</sup> korelací



Def:  $r_{12} = \sum_{n=0}^{N-1} x_1(n) \cdot x_2(n)$

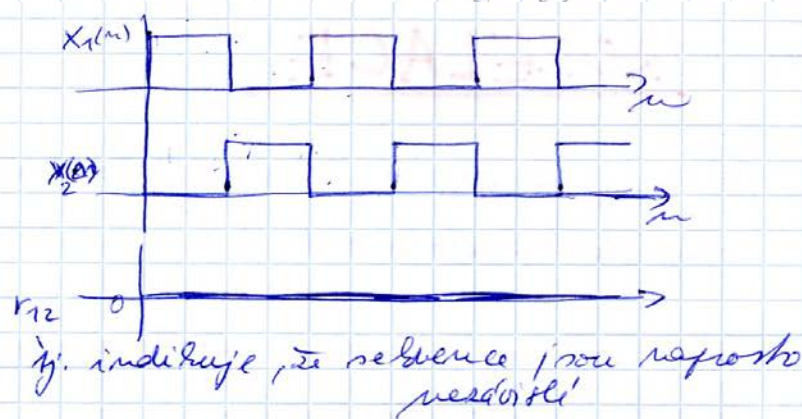
- ale tento výsledek je silně závislý vždy na počtu členů sekvencí,

pař:  $r_{12} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_1(n) \cdot x_2(n)$  : normalizace

Př: máme 2 sekvence

=  $r_{12}$  pař indikuje normalizovanost sekvencí

- sekvence mohou být např. vstup a výstup sys



- zde  $r_{12}$  vyjadřuje špatně  $x_1(n)$  a  $x_2(n)$  jsou totožné, jen fáze posunuté  $\Rightarrow$  výsledek závisí na fázovém posunu obou sekv.

$\Rightarrow$  lepší řešení  $\Rightarrow$  nutný posun jedné z nich

obvykle  $x_2$  je posunuta doleva tak aby se sekvence překrývaly před výpočtem korelace

$x_2(n) \rightarrow x_2(n+j)$  tj posun sekvence  $x_2$  o  $j$  vzorků doleva (TX/RX)



Ekvivalentní je ale i posun  $x_1(n)$  a to doprava:

$$x_1(n) \rightarrow x_1(n-j)$$

a vzájemná korelace pak:

$$r_{12}(j) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_1(n) \cdot x_2(n+j) =$$
$$= r_{12}(-j) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_2(n) \cdot x_1(n-j)$$

$\rightarrow$  platí  $x_{\text{corr}}()$  a.t

MATLAB

`crosscorr()`  
`>> corrcoef()`

`>> autocorr()`

A

Tj. v praxi, kde předtím neznáme a selžeme jejího fázový posun, se počítají vzájemná korelace pro různé velikosti posunutí (přesuny), aby se zjistila max. velikost korelace (podobnosti), která pak platí za korektní (přesnou).

Pozn: Posun se musí dát při počítání vzájemné korelace vždy  
jsem nestejnou délky selžeme a tyto jsou periodické.

Výsledky cyklické korelace s periodou větší selžeme, která nebývá v úvahu  
plnou délku ~~dělit~~ selžeme s délkou periodou a výsledek je  
pak chybný.

1/17

# Autokorelace signálu - příklady

autokorr  
R<sub>11</sub> big sum!

R<sub>11</sub>

posun (Lag)

perioda  $\frac{1}{N}$ , perioda sedl

kanon. sig.

→ korelace: jednoduchá filtrace

další apl.:

sonar data

mít různé vzdálenosti zdrojů

- PC H detector (Jfeachur

- Dennis str. 240

$q_2 = A q_1(t + \Delta t)$

$$r_{12}(j) = \text{IDFT}(\text{FFT}(q_1) \cdot \text{FFT}^*(q_2))$$

$$|r_{12}(j)| > 0.5$$

donal

evoluční model zprac. postupnosti

$q_1(n)$

FFT

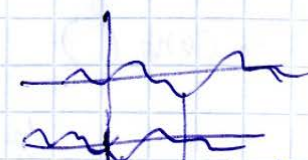
$q_2(n)$

FFT

FFT\*

FFT<sup>-1</sup>

$r_{12}(j)$



2/18



# Základní operace se signály/posloupnostmi

- 3 -

## ZÁKLADNÍ OPERACE S POSLOUPNOSTMI

### 1. SOUČIN SIGNÁLU $x[n]$ A REÁLNÉ KONST $b$

$$w[n] = b \cdot x[n] \quad n \in \mathbb{N}$$


- realizováno násobičem, zdruj numer. ely  $b$  (kvantiz. 5mm)

### 2. SOUČET SIG. $x[n]$ A $y[n]$

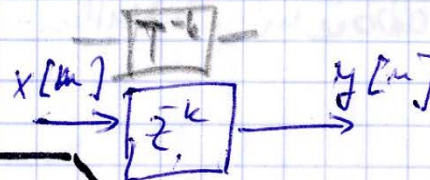
$$v[n] = x[n] + y[n] \quad n = 0, 1, 2 \in \mathbb{N}$$

sčítací



### 3. ZPOZDĚNÍ SIG. $x[n]$ O $k$ VZORKOV. KROKŮ

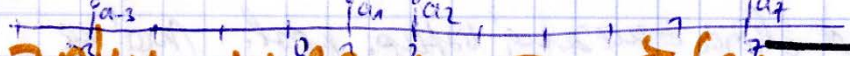
$$y[n] = x[n-k] \quad n \in \mathbb{N}; k \in \mathbb{N}$$



### 4. ZPŮSOB UYJADŘENÍ SEKVENCE

SEKU. MA' 2 ROZMĚRY - HODNOTY UDANÉH ČASE

Pr:  $x[n] = a_3 \delta[n+3] + a_1 \delta[n+1] + a_2 \delta[n-2] + a_7 \delta[n-7]$



UMĚTÍ INDEXACE

}  $\Rightarrow$  obecně

$$x[n] = \sum x[k] \delta[n-k]$$

jednotka posad.  
zpoždění

každý signál lze reprezentovat pomocí sekvence  $\delta[n]$  o různé velikosti.

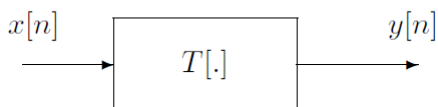
Způsob vyjádření sekvence využitím delta funkce

# SYSTÉMY

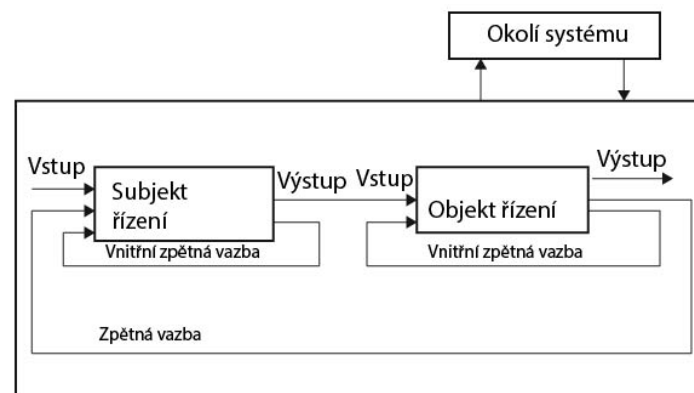
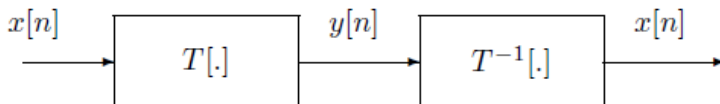
Definice (matematicky):

**Systém** je jednoznačná transformace vstupní sekvence  $x[n]$  na výstupní  $y[n]$

$$y[n] = T[x[n]]$$



**Inverzní systém:**



- př: dekodování zakódovaných signálů



# VLASTNOSTI SYSTÉMŮ

## 1) LINEARITA (L)

Def: Říkáme že číslic. systém je lin., jestliže pro lin. kombin. vstřep. sig. je výstupní signál tvořen lineárn. kombinací odezev na díle vstřep. signály. ŘÍKÁME ŽE SYS. SPLNŮJE PRINCIP

### SUPERPOZICE

měme-li  $x_1[n]$  a  $x_2[n]$  a odezvy  $y_1[n]$  a  $y_2[n]$   $\rightarrow$  přičteme  $x_1[n] \rightarrow y_1[n]$   
 $x_2[n] \rightarrow y_2[n]$

pak odezva lin. syst.  $\rightarrow$

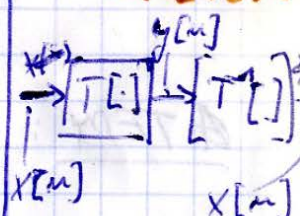
na signál:  $x[n] = a \cdot x_1[n] + b \cdot x_2[n]$

je:  $y[n] = a y_1[n] + b y_2[n]$  ;  $a, b \in \mathbb{R}$

**Použijte T[]**

$$y[n] = T[x[n]] \Rightarrow T[x[n]] = T[a x_1[n] + b x_2[n]] = a T[x_1[n]] + b T[x_2[n]] = a y_1[n] + b y_2[n]$$

**POŽITÍ  
INVERZNÍ  
SYSTÉM**



DEKÓDOVÁNÍ  
ZAKÓDOVANÝCH  
SIGNÁLŮ



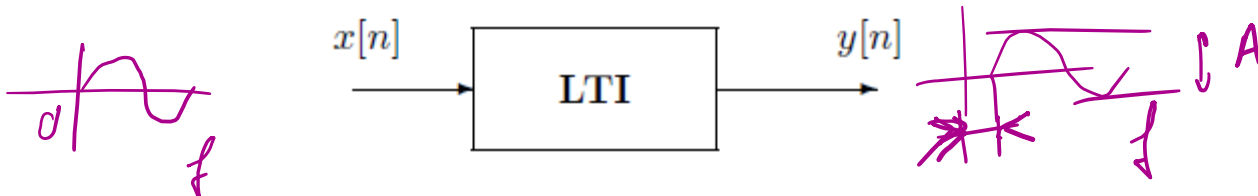
# VLASTNOSTI SYSTÉMŮ

## 2) ČASOVÁ INVARIANCE (TI) - Time Invariant

Def: Syst. je t-invar., pokud nemění v čase své vlastnosti.  
Např. Z  $x[n]$  za následně odebran  $y[n]$ , pak posunutý  
vstup  $x[n-k]$  má posunutý vřt.  $y[n-k]$   $\forall k \in \mathbb{Z}$   
- implikuje, že pokud 1 vz. dojde, pak i posunutý vzorek odejde (10/2013)  
načrtnout:  $x[n] \rightarrow \boxed{\text{LTI}} \rightarrow y[n]$  a sedí vztah vstupu a výstupu (velace)

★ co TI implikuje?

- pokud do systému pustím jeden vzorek, ze systému také 1 vzorek odchází
- vlastnost TI u systémů zachovává kmitočet procházejícího signálu
- nemůže být multirate systém



# LTI SYSTÉM

## Definice LTI systému:



- ptáme se na relaci vstupu a výstupu LTI systému
- K matematickému popisu relace (vztahu) vstupu a výstupu LTI systému si pomůžeme tím, že na vstup pustíme jednotkový impuls (delta funkci) a dále využijeme definovaných vlastností systému
- Tento vztah se nazývá KONVOLUCE
- Další vlastnosti LTI systémů, které nás zajímají:
- STABILITA
- KAUZALITA

Budou dále definovány

★ Existuje celá řada systémů, které ale nejsou LTI, jako např. nelineární systémy, stochastické systémy, adaptivní systémy, atd...

## RELACE VTUPU A VÝSTUPU LTI SYSTÉMU – ZAVEDENÍ POJMU KONVOLUCE

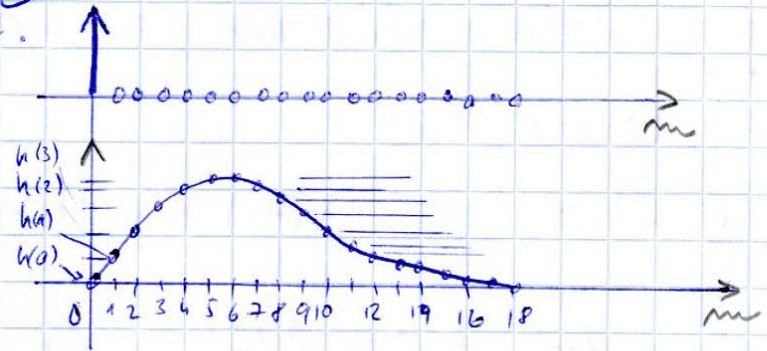
### KONVOLUCE

- Konvoluce popisuje (mimo jiných věcí), jak vstup do sys interaguje se sys a jak vyhlíží výstup.
- Jinak: popisuje relaci vstup - výstup sys, který musí být LTI. Tj. lin., časově invariantní.
- Obecně (za předpokladu LTI) bude výstup sys zpožděnou a zesílenou/zeslabenou verzí vstupu
- Protože lze každý vstupní signál (jak už víme) reprezentovat pomocí sčítání jednotlivých impulsů s různou velikostí, je vhodné sledovat výstup sys vzhledem k jedn. impulsu (či na vstup).



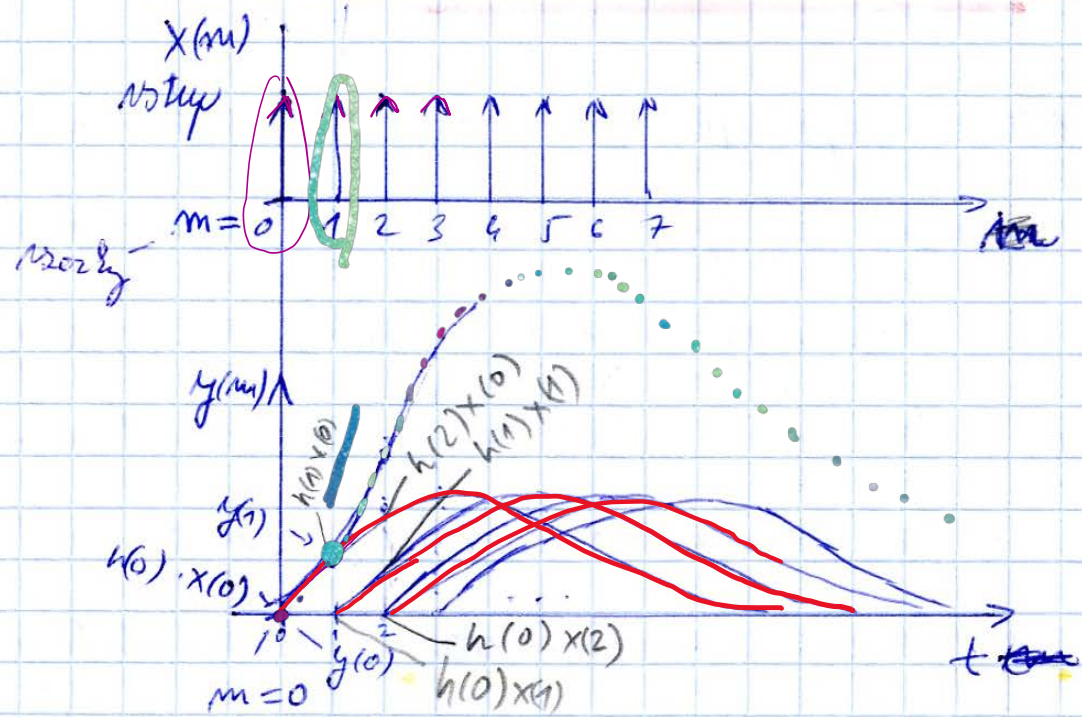
## RELACE VTUPU A VÝSTUPU LTI SYSTÉMU – ZAVEDENÍ POJMU KONVOLUCE

- a : výstup sys při odezvě na jedn. impuls nebude pouze jeden impuls, ale bude se s časem měnit, procházejíce maximum v určitém bodě.



- Obv. říká, že v čase vzorku  $n$  je odezva na jedn. impuls, který přišel v čase  $n=0$ , rovná  $h(n)$ .
- Tato charakteristika je známá jako impulsní odezva  $h(n)$  sys

Nyní předpokládejme, že náš vstup sys přivede schvácení impulsu  $x(m)$ .



- pro  $m=0$  dáme keč:

$$y(0) = h(0) \cdot x(0)$$

- v case  $m=1$ :

vstup bude dáme ~~součtem~~ <sup>přidáním</sup> součtem příspěvků:

$$h(1) \cdot x(0) + h(0) \cdot x(1) \text{ a tedy:}$$

$$y(1) = h(1) \cdot x(0) + h(0) \cdot x(1)$$

$$y(2) = h(2) \cdot x(0) + h(1) \cdot x(1) + h(0) \cdot x(2)$$

$$y(m) = h(m) \cdot x(0) + h(m-1) \cdot x(1) + \dots + h(0) \cdot x(m)$$

čteme



Pozn:  Toto platí pouze pro lin. sys "1. řádu" (když LTI)

a platí i toto:

$$y(n) = h(0) \cdot x(n) + h(1) x(n-1) + \dots + h(n) \cdot x(0)$$

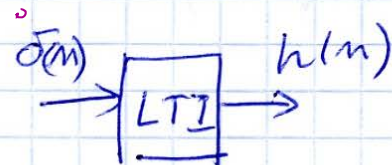
• Výstup tedy může být brán jako produkt respondy na jednotlivé prvky inputu (členů) impulsní odezvy s časově reversovanou výstupní sekvencí

- Tato konvoluční suma je tedy ekvivalentní vzájemné korelaci jedné sekvence a čas. reverzované druhé sekvence.

Par:

= conv(h, x)

$$y(n) = \sum_{k=0}^n h(n-k) \cdot x(k)$$



$$y(n) = \sum_{k=0}^n h(k) \cdot x(n-k)$$



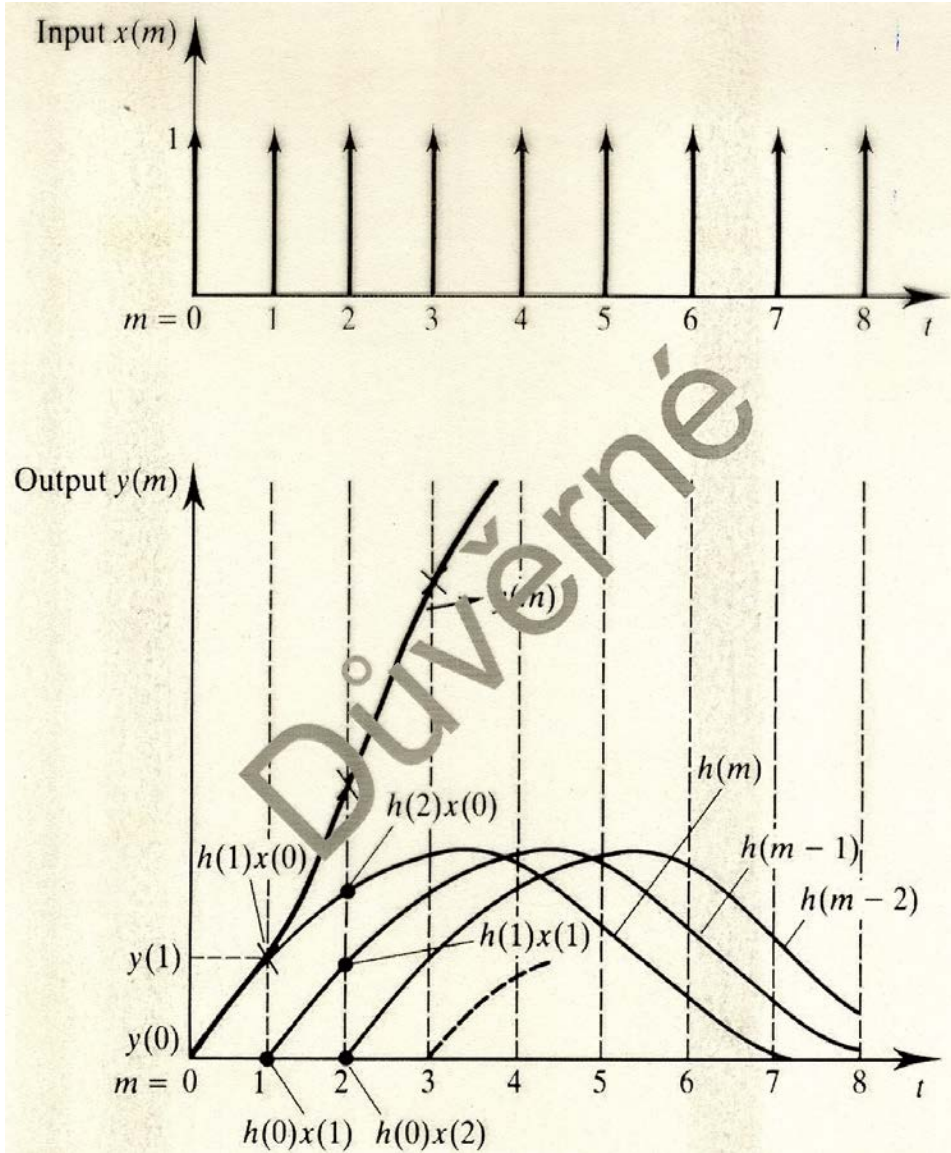
MATLAB  
→ conv()

→  $y(n) = x(n) * h(n)$        $y(n) = h(n) * x(n)$       Komutativnost

- Dále lze ser/paral. spojení sys  $\Rightarrow$  najít výslednou  $h(n)$

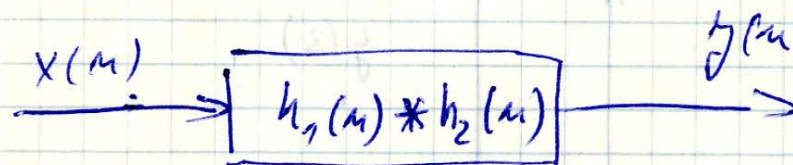
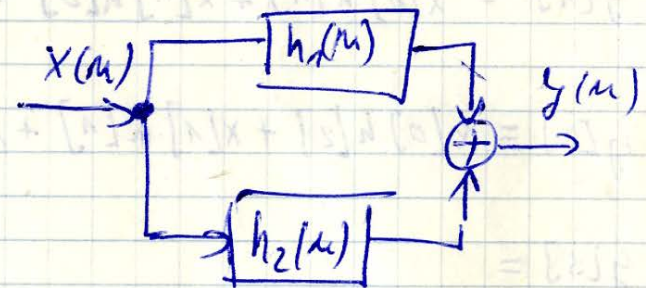
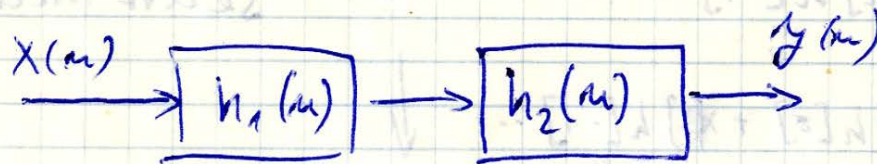
- ZVLÁŠTNÍ PŘÍP. KONVOLUCE (lin, cyklická, sig. kon/mekon. délky)



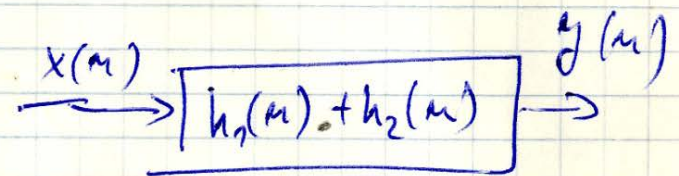


# VYBRANÉ DRUHY KONVOLUCE, ŘAZENÍ

URČENÍ VÝSLEDNÉ <sup>IMPULS</sup> ODEZVY PRO KASKÁDNÍ  
A PARALELNÍ ZAPOJENÍ DÍLČÍCH LTID SYS



kaskádni zapoj



paralelní zap.

$h *$

dílečích  
LTID SYS

$h$

$$h(n) = \sum_{k=1}^2 h_k(n)$$



# LINEÁRNÍ A CYKLICKÁ KONVOLUCE

DRUH KONVOLUCÍ  $\leftarrow$  čas. oblast - LIN, CYKLICKÁ  
freq. oblast - FAST CONV., ADD-SAVE, ADD-OVERLAP

## LIN. DISKR. KONVOLUCE

$L$  signálů  $x_1[n]$  a  $x_2[n]$  délek  $M, N$

$$x_3[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1[k] \cdot x_2[n-k]$$

$$L = M + N - 1$$

$x_3$  je délky  $M + N - 1$



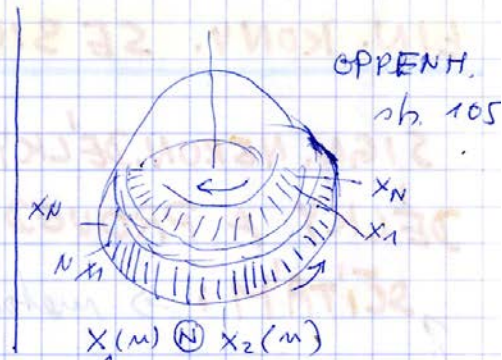
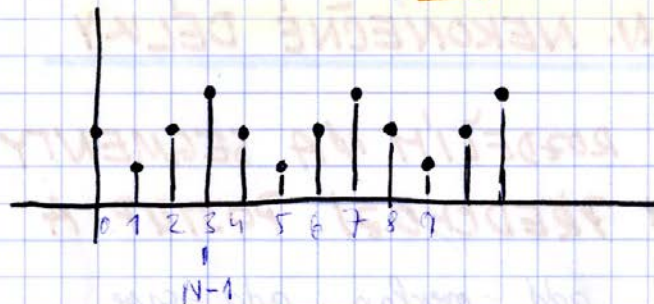
$L = M + N - 1$

## CYKLICKÁ DISKRÉTNÍ KONVOLUCE

$$x_3[n] = \sum_{m=0}^{N-1} x_1[m]_N \cdot x_2[n-m]_N ; \quad 0 \leq n \leq N-1$$

CYKL. KONV. MÁ DÉLKU N A PERIODICKY SE OPAKUJE.

$N=4$



# LIN. KONV. SIG.: KON. DÉLKŮ RYCHLÁ KONVOLUCE (FAST CONVOLUTION)

$x_1[m]$  : délka  $N$  DOPLNIT na  $L$

$x_2[m]$  : -"  $M$  -" -" -"

PAK  $x_3[m]$  JE LIN. KONV.  $x_1[m] * x_2[m]$  DÉLKŮ  
 $L = M + N - 1$

PROVÉST DFT PAK

$$X_3[k] = X_1[k] \cdot X_2[k] \quad 0 \leq k \leq L-1$$

PRO ZPĚTNOU DFT

$$x_3[m] = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} X_3[k] \cdot e^{j \frac{2\pi \cdot m \cdot k}{L}}$$

pro délky signálů má  $m = 256$  a je výsledek

zdroj: DSP: A Practical Approach  
E.C. Ifeachor, B.W. Derv  
sh. 264  
pro real. měření

| $N$  | přímá<br>met. výp. | rychlá<br>konv. | poměr<br>rychlá/přímá |
|------|--------------------|-----------------|-----------------------|
| 64   | 4096               | 5888            | 1.4395                |
| 256  | 65536              | 24696           | 0.4531                |
| 1024 | 4194304            | 371296          | 0.0742                |

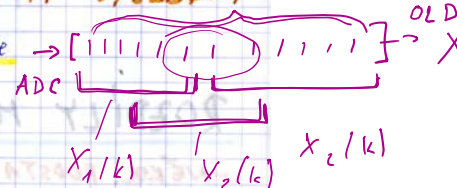
## LIN. KONV. SE SIGN. NEKONEČNÉ DÉLKŮ

SIGN. NEKON. DÉLKŮ ROZDĚLÍM NA SEGMENTY KONEČNÉ  
DÉLKŮ A PROVEDU PŘEDCHOZÍ POSTUP A VÝSLEDKY

SCÍTÁNÍ:  $\Rightarrow$  metody add-overlap, add-save

$x[m] \rightarrow$  segmenty  $x_1[m], x_2[m], x_3[m], \dots$

$$y[m] = \sum_{n=0}^{L-1} x_1[n] h(m-n) + \sum_{n=0}^{L-1} x_2[n] h(m-n) + \dots$$



pozn: filtrace dlouhé vstupní posloupnosti  $x[m]$  filtrem  
s konečnou impulsní odezvou  $h(m)$  délky  $N$ .

- lze vypočítat přímou s měrou, mezi sumace
- nepřímou  $\rightarrow$  by  $h(m)$  přešel na  $H(k)$  (bez problémů sáhli bychom se  
konečné délce  $h(m)$ , ale přivedl  $x[m]$  do jeřicha (DFT)  
přesněj mělo (dlouhá doba, potřeba hodně paměti)



# STABILITA A KAUZALITA LTID SYSTÉMŮ

## 3, STABILITA

úst. sys (LTI) je stabilní, pokud shora omezená vstup. posl. má za následek shora omezenou výstupní posloupnost, tj. platí-li

$$|x[n]| \leq M_1 \rightarrow |y[n]| \leq M_2 \quad ; M_1, M_2 \text{ konečné hodnoty}$$

ODVOZENÍ PODMÍNKY KLADENÉ NA IMPULS ODEZVU LTI SOUSTAVY KTERÁ ZAJISTI JEJÍ STABILITU.

vyjádřením absol. hodnotu odezvy  $y[n]$

PLATÍ:  $|y[n]| = \left| \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[n-k]h[k] \right| \leq \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |x[n-k]| |h[k]|$

JE-LI:  $|x[n]| \leq M_1$  ; POTOM:  $|y[n]| \leq M_1 \cdot \sum_k |h[k]|$

A Tedy:

$$\sum_k |h[k]| < \infty$$

TATO ŘE JE NEHTNOU A POSTAČ. PODMÍNKOU

STABILITY LTI SYSTEMU.

př:  $y[n] = x[n] + 2y[n-1]$  : NENÍ STAB  
 ~ nepřetáhne impuls, odezva



P. 1  
 $y[n]$   
 $h[n]$   
 stabilní  
 $x[n]$   
 $h[0] = y[0]$   
 $h[1] = y[1]$   
 $h[2] = y[2]$

## 4) KAUZALITA

Def: Říkáme, že sys je kauzální, pokud libovolné dvě vstupní posloupnosti  $x_1[n]$  a  $x_2[n]$ , které jsou stejné pro  $\forall$  hodnoty indexu  $n \leq n_0$ , produkuje výstupní posloupnosti  $y_1[n]$  a  $y_2[n]$ , které jsou rovněž stejné pro  $\forall$  hodnoty  $n \leq n_0$ .  
Kauzální filtry(sys) tedy nemůže zareagovat na změnu nevídaných signálů dříve než tato změna nastane.

15.10.20

Mejma LTI sys.

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] \cdot h[n-k]$$

pro pro kauz. sys musí platit

$$h[n] = 0 ; \forall n < 0$$

12n: KAUZÁLNÍ SYS. MUSÍ MÍT PRAVOSTRANNOU  
IMPULSNÍ ODEZVU.

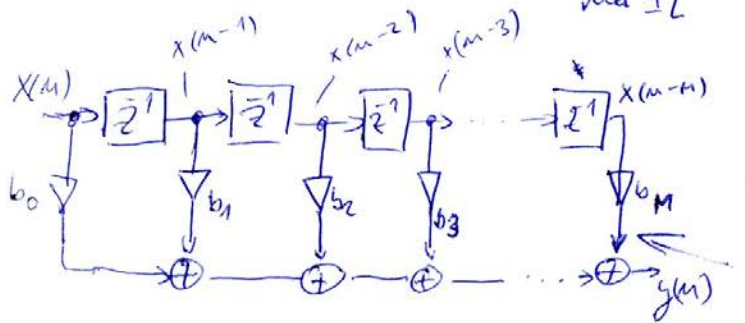
↑  $h[n]$



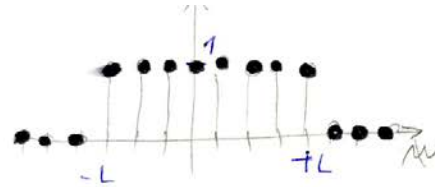
# PŘÍKLAD NEKAUZÁLNÍHO SYSTÉMU A ZMĚNY NA SYSTÉM KAUZÁLNÍ

Pr:

VIZ PŘÍKLADY



∞  
v samé  
se redukuje  
na ±L



~~NEKAUZ.~~

IMPULS. ODEZVA

NEKAUZ. SYS.

konverguje  
pouze filch D.P.

$$y(n) = \frac{1}{2L+1} \sum_{k=-L}^{+L} x(n-k) \cdot h(k)$$

$$y(n+L) = \frac{1}{2L+1} \sum_{k=-L}^{+L} x(n+L-k)$$

$$y(n) = \frac{1}{2L+1} \sum_{k=0}^{2L+1} x(n-k)$$

$$y(0) = \frac{1}{2L+1} \sum_{k=0}^{2L+1} x(0-k)$$

$$y(n) = \sum_{k=-L}^{+L} b_k \cdot x(n-k) : \text{obecné soubor}$$

obecné soubor  
typ filter

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k) \cdot x(n-k) - \text{Lim. distrib. ko}$$

Pr: L=3

$$= \sum_{k=-L}^{+L} 1 \cdot x(n-k) \Rightarrow y(0) = x(0-3) + x(0) + x(0+1) + \dots$$

$$y(0) = \sum_{k=0}^{2L} 1 \cdot x(n-k) = x(0) + x(1) + \dots + x(2L)$$

KAUZ.

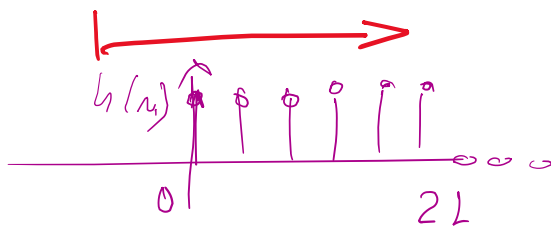
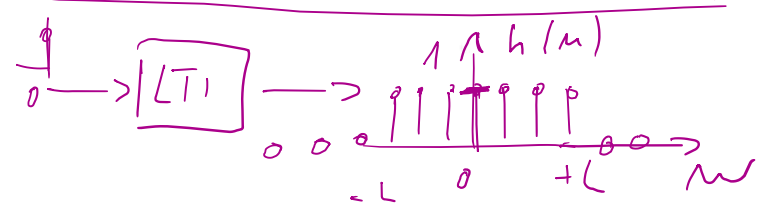
+L

-V

NEI

-

+



# PŘEDNÁŠKA č.2 – ZÁVĚR, SHRNUÍ

## SIGNÁLY

- Základní signály používané v CZS –  $1(t)$ ,  $u(t)$ , reálná/kompl. exponenciála, chirp(), randn()
- Základní operace s posloupnostmi
- Reprezentace diskrétního signálu pomocí váhovaných delta funkcí
- Základní práce se signály/daty - Korelace, korelační funkce, autokorelace, vzájemná korelace

## SYSTÉMY

- Definice systému, inverzního systému
- Základní vlastnosti číslicových systémů
- Linearita
- Časová invariance
- Relace vstupu a výstupu LTI systému – konvoluce
- Korelace vs Konvoluce – druhy konvoluce (lineární, cyklická, lin.konvoluce signálů konečné délky (Fast convolution/rychlá konvoluce), lin.konvoluce signálů nekonečné délky (metody add save, add overlap)
- Stabilita LTI systémů
- Kauzalita LTI systémů
- Příklad na kauzální systém