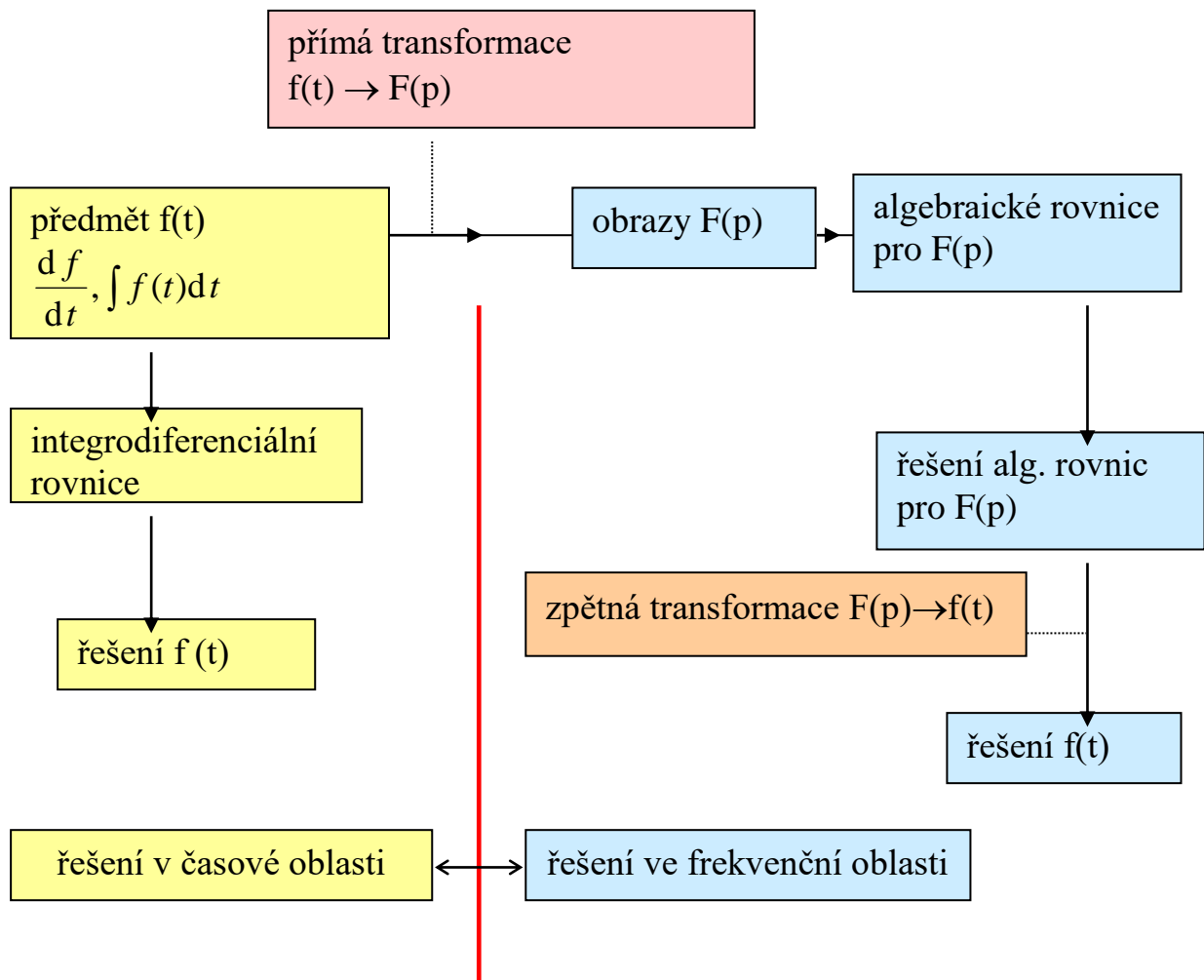


Řešení přechodných jevů pomocí Laplaceovy transformace

Analýzu přechodných jevů (tj. vyšetření dynamického chování elektrického obvodu popsaného soustavou diferenciálních resp. interodiferenciálních rovnic) lze s výhodou provést pomocí **operátorového počtu**, tj. pomocí **integrálních transformací (Laplaceova, Fourierova)**

Princip:

Pro **danou funkci času $f(t)$** – (nazýváme ji **předmět nebo originál**) nalezneme **přímou Laplaceovou transformací její obraz $F(p)$** . Místo *diferenciálních rovnic pro $f(t)$* tak dostaneme *algebraické rovnice pro $F(p)$* . Jejich řešením nalezneme obrazy hledaných veličin a poté provedeme **zpětnou (inverzní) Laplaceovu transformaci** - viz schema



Základní integrální transformace používané v elektrických obvodech jsou:

Laplaceova transformace $F(p)$	komplexní proměnná $p = \sigma + j\omega$
Fourierova transformace $F(p)$	komplexní proměnná $p = j\omega$

Poznámka: Při řešení *přechodných dějů pomocí Laplaceovy transformace* často nemusíme formulovat diferenciální rovnice pro okamžité hodnoty napětí a proudů, ale můžeme psát **přímo algebraické rovnice pro obrazové veličiny**, sestavení rovnic je pak analogické jako při užití SKM pro analýzu harmonických ustálených stavů, místo $j\omega$ však používáme operátor p . Někdy není nutno ani provádět zpětnou Laplaceovu transformaci, protože některé vlastnosti obvodu lze posoudit přímo z charakteru Laplaceových obrazů.

Výhody použití Laplaceovy transformace:

- jednodušší matematický model (algebraické rovnice)
- názorné vyjádření vlastností obvodu a jeho chování (analogie s metodou SKM pro řešení harmonického ustáleného stavu)

Nevýhoda:

nutnost provádět přímou a zpětnou Laplaceovu transformaci, v mnoha případech ji lze snadno provést pomocí slovníků Laplaceovy transformace, kde jsou uvedeny vzorce pro běžně používané funkce (zpětnou Laplaceovu transformaci lze provést i numericky)

Poznámka: S transformací integrodiferenciálních rovnic na algebraické jsme se již setkali při řešení harmonických ustálených stavů, pomocí zobrazení harmonické funkce času do komplexní roviny (SKM) lze operaci derivování a integrování nahradit násobením či dělením komplexoru resp. fázoru činitelem $j\omega$:

$$f(t) = A \cdot \begin{matrix} \sin(\omega t + \varphi) \\ \cos(\omega t + \varphi) \end{matrix} \longrightarrow Ae^{j(\omega t + \varphi)}$$
$$\frac{df}{dt} \longrightarrow \frac{d}{dt} Ae^{j(\omega t + \varphi)} \longrightarrow j\omega Ae^{j(\omega t + \varphi)}$$
$$\int f dt \longrightarrow \int Ae^{j(\omega t + \varphi)} dt \longrightarrow \frac{1}{j\omega} Ae^{j(\omega t + \varphi)}$$

Integrální transformace

přiřazují originálu $f(t)$ jeho obraz $F(p)$ pomocí integrálu

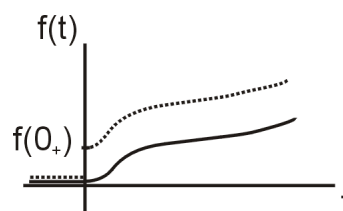
$$f(t) \longrightarrow F(p) = \int_0^{\infty} f(t) P dt \quad \text{pro Laplaceovu transformaci platí: } P = e^{-pt}$$

Laplaceova transformace

je definována pro funkce standardního typu

$$f(t) = 0 \quad t < 0$$

$$f(t) = f(t) \quad t \geq 0$$



funkce $f(t)$ může být v čase $t = 0$ nespojitá, pak je třeba znát hodnotu $f(0_+)$

Laplaceův obraz funkce $f(t)$ je definován vztahem

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt$$

Příklad:

Určete Laplaceův obraz pro funkci $f(t) = U_0 = \text{konst.}$

$$F(p) = \int_0^{\infty} U_0 e^{-pt} dt = U_0 \left[-\frac{1}{p} e^{-pt} \right]_0^{\infty} = \frac{U_0}{p}$$

Laplaceův obraz hodnoty $U_0 = \text{konst.}$ je $(1/p)$ -násobkem této hodnoty

Zpětná Laplaceova transformace je definována integrálem

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(p)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(p)e^{pt} d\omega = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(p)e^{pt} dp$$

Dohoda:

předměty – funkce času budeme značit malými písmeny
obrazy – funkce komplexní proměnné p značíme velkými písmeny

K označení přímé a zpětné Laplaceovy transformace se používají symboly \mathcal{L} a \mathcal{L}^{-1}

přímá Laplaceova transformace $\mathcal{L}[f(t)] = F(p)$

zpětná Laplaceova transformace $\mathcal{L}^{-1}[F(p)] = f(t)$

Důležité vlastnosti Laplaceovy transformace:

1. je lineární

$$\mathcal{L}\left[\sum_{k=1}^n a_k f_k(t)\right] = \sum_{k=1}^n a_k F_k(p)$$

2. obraz derivace (pro spojitou funkci f(t) pro t > 0)

$$\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = pF(p) - f(0_+)$$

obraz derivace je p-násobkem obrazu F(p)

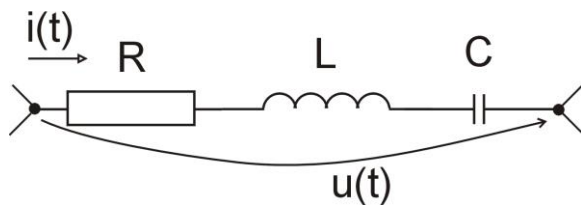
3. obraz integrálu

$$\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\xi)d\xi\right] = \frac{1}{p}F(p)$$

obraz integrálu je 1/p násobkem obrazu funkce F(p)

Příklad:

Určete Laplaceův obraz napětí na dvojpólu



nejprve formulujeme rovnici pro okamžité hodnoty

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i(\xi)d\xi \quad (+)$$

zavedeme Laplaceovy obrazy pro napětí a proud:

$$\mathcal{L}[u(t)] = U(p) \quad \mathcal{L}[i(t)] = I(p)$$

rovnici (+) převedeme na rovnici pro obrazy

$$U(p) = RI(p) + L[pI(p) - i(0_+)] + \frac{1}{pC}I(p)$$

$$U(p) = I(p)\left(R + pL + \frac{1}{pC}\right) - Li(0_+)$$

Je-li $i(0_+) = 0$ (tj. řešíme přechodný děj s **nulovými počátečními podmínkami**) pak platí:

$$U(p) = I(p) \left(R + pL + \frac{1}{pC} \right)$$

Tuto rovnici můžeme zapsat v obecném tvaru

$$U(p) = I(p) \cdot Z(p)$$

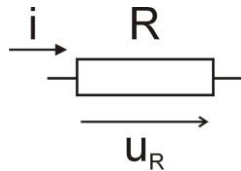
$$\text{resp. } I(p) = U(p) \cdot Y(p)$$

kde **Z(p) je obrazová impedance**

Y(p) je obrazová admitance

} obrazové imitance

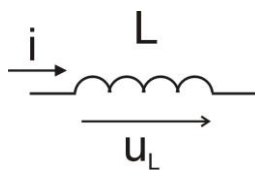
Vztahy mezi Laplaceovými obrazy napětí a proudů na pasivních prvcích při nulových počátečních podmínkách



$$u_R = Ri$$

$$U_R(p) = RI(p)$$

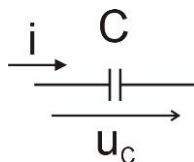
obrazová impedance



$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

$$U_L(p) = pLI(p)$$

$$i(0) = 0$$



$$u_c = \frac{1}{C} \int_0^t i(\xi) d\xi$$

$$U_c(p) = \frac{1}{pC} I(p)$$

$$Z_R = R$$

$$Z_L = pL$$

$$Z_C = \frac{1}{pC}$$

Obrazová impedance je formálně shodná s **komplexní impedancí**, nahradíme-li

$$\mathbf{j\omega \rightarrow p}$$

Pozor! Komplexní impedance $Z(j\omega)$ je poměr fázorů napětí a proudu

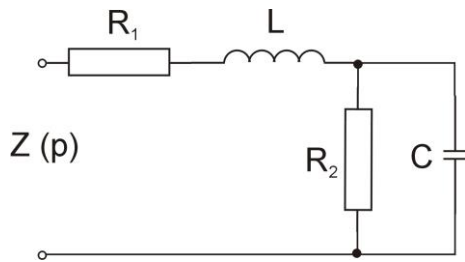
Obrazová impedance Z(p) je operátor

Pro obrazovou impedanci **Z(p)**

platí pro serioparalelní spojení stejná pravidla jako pro komplexní impedanci **Z(j\omega)**

Příklad:

Určete obrazovou impedanci dvojpólu



$$Z(p) = R_1 + pL + \frac{R_2 \frac{1}{pC}}{R_2 + \frac{1}{pC}}$$

Z linearity Laplaceovy trnsformace vyplývá, že

Pro Laplaceovy obrazy napětí a proudů platí Kirchhoffovy zákony

$$\sum_{i=1}^m \pm I_i(p) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \pm U_i(p) = 0$$

Postup při analýze přechodných dějů pomocí Laplaceovy transformace

(pro **nulové počáteční podmínky**, není nutno formulovat diferenciální rovnice)

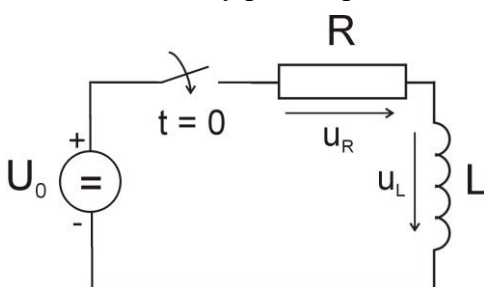
- 1) určíme Laplaceův obraz budících veličin (napětí resp. proudu)
- 2) formulujeme **rovnice pro výpočet obrazů větvových veličin** (některou ze známých metod pro analýzu obvodů)
- 3) vypočteme Laplaceovy obrazy hledaných veličin
- 4) provedeme zpětnou Laplaceovu transformaci (pokud chceme znát časové průběhy hledaných veličin)

Poznámka:

- 1) při řešení přechodného děje s **nenulovými počátečními podmínkami** formulujeme nejprve integrodiferenciální rovnice pro časové funkce a ty pak pomocí přímé Laplaceovy transformace převedeme na algebraické rovnice pro L. obrazy (nutné pro správné respektování počátečních podmínek – jinou možností, jak respektovat nenulové počáteční podmínky, je náhrada induktoru resp. kapacitoru seriovým nebo paralelním spojením těchto prvků a řízeného zdroje napětí resp. proudu závisícího na počáteční podmínce) – viz příklad dále
- 2) pro vyšetření některých vlastností elektrického obvodu a jeho dynamického chování stačí analyzovat pouze Laplaceovy obrazy (např. přenosové funkce, kmitočtové charakteristiky ap.), pak nemusíme provádět krok 4 – zpětnou Laplaceovu transformaci

Příklad:

Stanovte časový průběh proudu v obvodu RL



Jelikož platí $i(0) = 0$, určíme přímo L. obrazy

$$\mathcal{L}[U_0] = \frac{U_0}{p}$$

$$I(p) = \frac{U_0(p)}{R + pL} = \frac{U_0}{p} \frac{1}{L(p + \frac{R}{L})} = \frac{U_0}{L} \frac{1}{p(p + \frac{R}{L})}$$

Pro zpětnou transformaci použijeme slovník Laplaceovy transformace, nalezneme vzorec

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(p+a)(p+b)}\right] = \frac{1}{a-b} [e^{-bt} - e^{-at}] \quad (*)$$

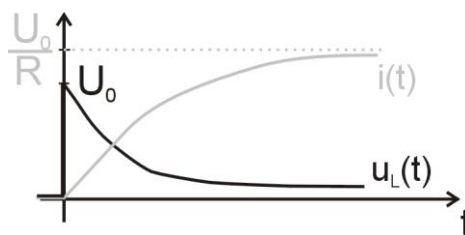
v našem případě je $a = 0$, $b = \frac{R}{L}$

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{p(p + \frac{R}{L})}\right] = -\frac{L}{R}(e^{-\frac{R}{L}t} - 1) = \frac{L}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

Okamžité hodnoty napětí a proudu jsou

$$i(t) = \frac{U_0}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = U_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$



vidíme, že **časová konstanta průběhu proudu a napětí závisí na kořenu jmenovatele Laplaceova obrazu**, toho využíváme při posuzování charakteru přechodného děje, k tomu je nutno určit **kořeny polynomu ve jmenovateli tzv. póly funkce F(p)**

Odvození vztahu (*) pro zpětnou transformaci

ve slovníku L.tr. nalezneme, že platí $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{p+a}\right] = e^{-at}$

výraz $1/(p+a)(p+b)$ rozložíme na parciální zlomky a vypočteme konstanty A a B

$$\underbrace{\frac{1}{(p+a)(p+b)}}_{(1)} = \frac{A}{p+a} + \frac{B}{p+b} = \underbrace{\frac{A(p+b) + B(p+a)}{(p+a)(p+b)}}_{(2)}$$

Porovnání výrazů (1) a (2) dostaneme

$$\begin{aligned} A + B &= 0 & Ab + Ba &= 1 \\ A &= -B & B(a-b) &= 1 \\ A &= -\frac{1}{a-b} & \Leftrightarrow B &= \frac{1}{a-b} \end{aligned}$$

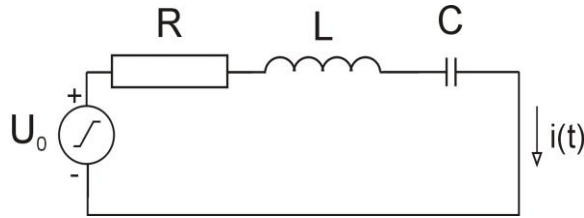
odtud obdržíme

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(p+a)(p+b)}\right] &= \mathcal{L}^{-1}\left[-\frac{1}{a-b} \frac{1}{p+a} + \frac{1}{a-b} \frac{1}{p+b}\right] = \\ &= \frac{1}{a-b} \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{p+b} - \frac{1}{p+a}\right] = \frac{1}{a-b} (e^{-bt} - e^{-at}) \end{aligned}$$

Příklad:

Určete proudovou odezvu v obvodu RLC a posuďte charakter přechodného děje (v čase $t = 0$ je obvod připojen ke zdroji stejnosměrného napětí U_0)

Přechodný děj s nulovými počátečními podmínkami, vypočteme obrazovou impedanci obvodu $Z(p)$ a Laplaceův obraz proudu



$$I(p) = \frac{U_0(p)}{Z(p)} = \frac{U_0}{p} \frac{1}{\left(R + pL + \frac{1}{pC}\right)} = \frac{U_0}{p} \frac{pC}{pCR + p^2LC + 1}$$

Polynom ve jmenovateli $Q(p)$ upravíme do normovaného tvaru a vypočteme jeho kořeny

$$I(p) = \frac{U_0}{L} \frac{1}{\underbrace{p^2 + p\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}_{Q(p)}}$$

$$Q(p) = p^2 + p\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}$$

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

vztah pro $I(p)$ přepíšeme do tvaru

$$I(p) = \frac{U_0}{L} \frac{1}{(p - p_1)(p - p_2)}$$

porovnáním s rov. (*) dostaneme, že

$$a = -p_1 \quad b = -p_2$$

Okamžitá hodnota proudu pak bude

$$i(t) = \mathcal{L}^{-1}[I(p)] = \frac{U_0}{L} \frac{1}{p_2 - p_1} (e^{p_2 t} - e^{p_1 t}) \quad (1)$$

lze kořeny jmenovatele zapsat ve tvaru

$$\text{označíme-li } \beta = \frac{R}{2L} \quad \alpha = \sqrt{\beta^2 - \frac{1}{LC}} \Rightarrow p_1 = -\beta + \alpha \quad p_2 = -\beta - \alpha$$

$$\text{platí} \quad p_2 - p_1 = -2\alpha$$

Okamžitou hodnotu proudu pak zapíšeme v upraveném tvaru

$$i(t) = \frac{U_0}{2\alpha L} e^{-\beta t} (e^{\alpha t} - e^{-\alpha t}) \quad (2)$$

Diskuze řešení rov. (1)

a) kořeny reálné různé p_1, p_2

z (1) plyne, že $i(t)$ je dáno superpozicí dvou exponenciál

přechodný děj aperiodický

b) kořeny komplexně sdružené

$$\alpha = \sqrt{\beta^2 - \frac{1}{LC}} = j\omega_v$$

$$\text{kde } \omega_v = \sqrt{\frac{1}{LC} - \beta^2}$$

kořeny p_1 a p_2 zapíšeme ve tvaru

$$p_1 = -\beta + j\omega_v \quad p_2 = -\beta - j\omega_v$$

po dosazení do rov. (2) dostaneme $i(t) = \frac{U_0}{\omega_v L} e^{-\beta t} \sin \omega_v t$

přechodný děj kmitavý

Závěr:

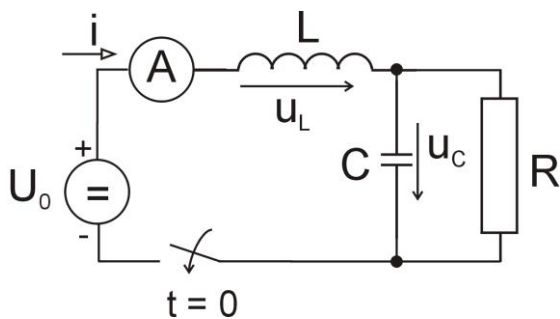
Póly funkce $I(p)$ jsou stejné jako kořeny charakteristické rovnice resp. vlastní čísla stavové matice A , které jsme určili při řešení přechodného děje v časové oblasti, podle typu pólů funkce $I(p)$ lze stanovit charakter přechodného děje

- a) *póly jsou reálné různé* – přechodný děj je **aperiodický**
- b) *póly jsou násobné* – přechodný děj je **na mezi periodicity**
- c) *póly jsou komplexně sdružené* - přechodný děj je **kmitavý**

Příklad:

Vyšetřete charakter přechodného děje v obvodu dle obrázku, je-li dáno

- a) $L = 1 \text{ H}, C = 0,1 \text{ F}, R = 1 \Omega, U_0 = 50 \text{ V}$
- b) $L = 1 \text{ H}, C = 0,1 \text{ F}, R = 5 \Omega, U_0 = 50 \text{ V}$



Přechodný děj s nulovými počátečními podmínkami $i(0) = 0, u_C(0) = 0$

vypočteme přímo Laplaceův obraz proudu pomocí obrazové impedance obvodu

$$I(p) = \frac{U_0(p)}{Z(p)}$$

$$Z(p) = pL + \frac{R \frac{1}{pC}}{R + \frac{1}{pC}} = pL + \frac{R}{1 + pRC}$$

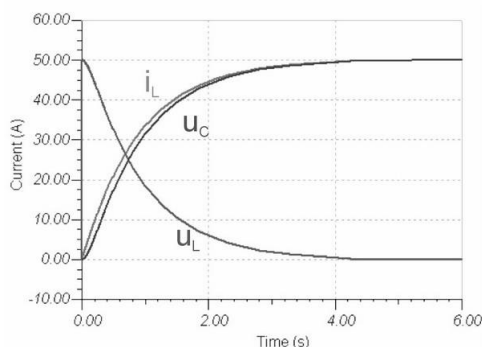
Převědeme na společný jmenovatel a vyjádříme $I(p)$

$$Z(p) = L \frac{p^2 + p \frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}}{p + \frac{1}{RC}} \quad I(p) = \frac{U_0}{pL} \cdot \frac{p + \frac{1}{RC}}{p^2 + p \frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}}$$

vypočteme kořeny polynomu ve jmenovateli (*póly funkce $I(p)$*)

$$Q(p) = p^2 + p \frac{1}{RC} + \frac{1}{LC} = 0 \quad p_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

Výsledky



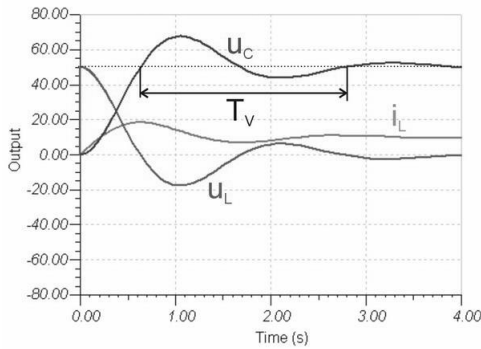
a) $p_{1,2} = -5 \pm \sqrt{25 - 10}$

$p_1 = -1,13$
 $p_2 = -8,87$

přechodný děj aperiodický

časové konstanty jsou

$$\tau_1 = -\frac{1}{p_1} = 0,885 \text{ s} \quad \tau_2 = -\frac{1}{p_2} = 0,123 \text{ s}$$



$$b) \quad p_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1 - 10}$$

$$p_{1,2} = -1 \pm 3j$$

přechodný děj kmitavý

časová konstanta je dána reálnou částí komplexně

sdužených kořenů

$$\tau_1 = -\frac{1}{\beta} = 1 \text{ s}$$

Pokud zapíšeme $p_{1,2} = \beta \pm j\alpha = \beta \pm j\omega_v$, pak lze z imaginární části kořenů stanovit i **periodu kmitů**

$$\alpha = \omega_v = 3 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2,09 \text{ s}$$

Přechodné děje - shrnutí:

Dynamické chování obvodu, tj. **charakter přechodného děje je dán konfigurací obvodu a počtem akumulacních prvků v obvodu** (počet L a C), lze ho posoudit na základě:

- 1) **hodnot kořenů charakteristické rovnice**
(přechodný děj je popsán diferenciální rovnicí n-tého řádu)
- 2) **vlastních čísel stavové matice A**
(přechodný děj je popsán stavovou rovnicí – soustavou n diferenciálních rovnic 1. řádu)
- 3) **pólů Laplaceova obrazu F(p) hledané veličiny**
tj. nalezneme kořeny polynomu ve jmenovateli Laplaceova obrazu F(p), tento polynom je n-tého řádu

Při vyšetřování přechodných dějů se řídíme následujícími pravidly:

- a) rovnice formulujeme na základě známých metod pro analýzu obvodu
 - přímá aplikace Kirchhoffových zákonů
 - metoda smyčkových proudů
 - metoda uzlových napětí
 - Theveninova resp. Nortonova věta ap.
- b) jako neznámé zpravidla volíme **stavové veličiny** a formulujeme pro ně fyzikální počáteční podmínky
- c) stavové veličiny – **napětí na kapacitoru a proud induktorem se vždy mění spojitě**
- d) v obvodech 1. řádu je odezva vždy exponenciální
- e) v obvodech 2. a vyššího řádu může být odezva aperiodická nebo kmitavá
- f) veličiny duální k stavovým, tj. proud kapacitorem a napětí na induktoru, se v okamžiku změn v obvodu (zpravidla v čase $t = 0$) mění nespojitě, tedy skokem
 - jestliže napětí na kapacitoru vzrůstá, proud $i_C(0_+) > 0$
 - jestliže napětí na kapacitoru klesá, proud $i_C(0_+) < 0$
 - jestliže proud na induktoru vzrůstá, napětí $u_L(0_+) > 0$
 - jestliže napětí na induktoru klesá, napětí $u_L(0_+) < 0$

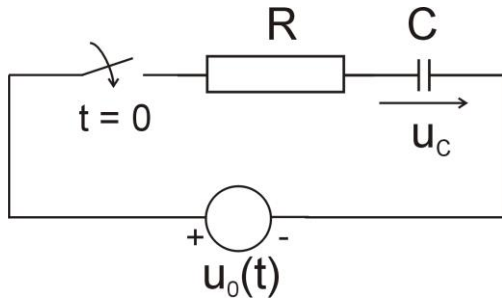
Použití Laplaceovy transformace pro další typy úloh

Laplaceova transformace umožňuje relativně snadné řešení i přechodných dějů v obvodech s obecně časově proměnnými zdroji

Příklad:

Určete průběh napětí na kapacitě, je-li v čase $t = 0$ obvod RC připojen ke zdroji napětí

$$u_0(t) = U_0 e^{-\alpha t}$$



Laplaceův obraz napětí na kapacitoru

$$U_c(p) = \frac{U_0(p)}{R + \frac{1}{pC}} \cdot \frac{1}{pC} = \frac{U_0(p)}{1 + pCR}$$

Laplaceův obraz napětí zdroje

$$U_0(p) = \mathcal{L}[U_0 e^{-pt}] = \frac{U_0}{p + \alpha}$$

po dasazení bude

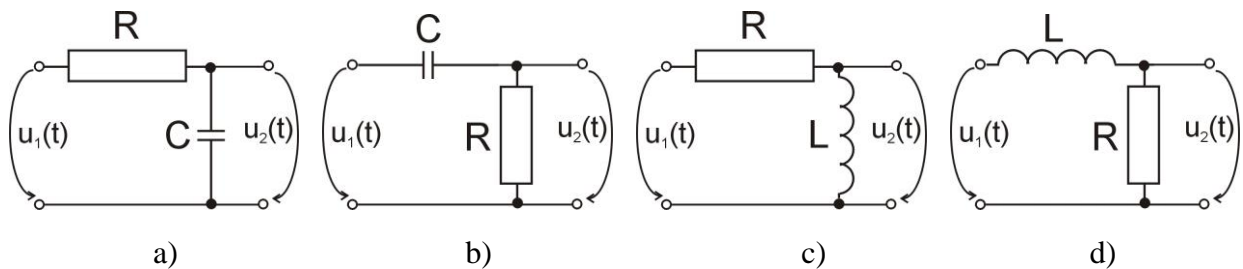
$$U_c(p) = \frac{U_0}{RC} \cdot \frac{1}{(p + \alpha) \left(p + \frac{1}{RC} \right)}$$

Zpětná Laplaceova transformace pomocí vzorce (*), v našem případě je $a = \alpha$, $b = \frac{1}{RC}$

$$u_c(t) = \frac{U_0}{RC} \cdot \frac{1}{\alpha - \frac{1}{RC}} \left(e^{-\frac{t}{RC}} - e^{-\alpha t} \right) = \frac{U_0}{1 - \alpha CR} \left(e^{-\alpha t} - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

Příklad:

Pro daná zapojení vyšetřete vztah mezi vstupním napětím $u_1(t)$ a výstupním napětím $u_2(t)$.



Řešení provedeme pomocí Laplaceova obrazu přenosová funkce $F(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)}$

a) vypočteme poměr obrazů výstupního a vstupního napětí

$$F(p) = \frac{\frac{U_1(p)}{R + \frac{1}{pC}} \cdot \frac{1}{pC}}{U_1(p)} = \frac{1}{1 + pCR}$$

je-li $pCR \gg 1$ pak $F(p) = \frac{1}{pCR}$

čili $U_2(p) = \frac{1}{pCR} U_1(p)$

vzhledem k operátoru **p ve jmenovateli**, bude vztah mezi $u_2(t)$ a $u_1(t)$ vyjádřen integrálem, **při splnění podmínky $pCR \gg 1$ lze zapojení dle obr. a) použít k integraci vstupního signálu**

$$\boxed{u_2(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t u_1(\xi) d\xi} \quad \text{integrační člen}$$

b) pro zapojení b) je přenosová funkce dána vztahem

$$F(p) = \frac{\frac{U_1(p)}{1} \cdot R}{R + \frac{1}{pC}} = \frac{pCR}{1 + pCR} \quad \text{je-li } pCR \ll 1 \text{ pak } F(p) = pCR$$

čili $U_2(p) = pCR U_1(p)$

násobení operátorem **p odpovídá derivaci**, čili napětí $u_2(t)$ je derivací napětí $u_1(t)$, **při splnění podmínky $pCR \ll 1$ lze zapojení dle obr. a) použít k derivaci vstupního signálu**

$$\boxed{u_2(t) = RC \frac{du_1}{dt}} \quad \text{derivační člen}$$

c) podobně dostaneme pro zapojení dle obr. c)

$$F(p) = \frac{p \frac{L}{R}}{1 + p \frac{L}{R}} \quad \text{je-li } p \frac{L}{R} \ll 1 \text{ pak } F(p) = p \frac{L}{R}$$

čili $U_2(p) = p \frac{L}{R} U_1(p)$

$$\boxed{u_2(t) = \frac{L}{R} \cdot \frac{du_1}{dt}} \quad \text{derivační člen}$$

d) pro zapojení d) je

$$F(p) = \frac{1}{1 + p \frac{L}{R}} \quad \text{je-li } p \frac{L}{R} \gg 1 \text{ pak } F(p) = \frac{1}{p \frac{L}{R}}$$

čili $U_2(p) = \frac{R}{L} \cdot \frac{1}{p} U_1(p)$

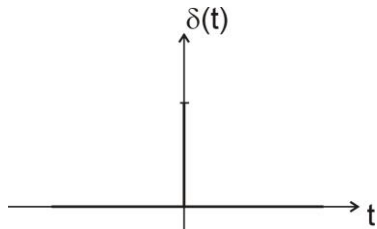
$$\boxed{u_2(t) = \frac{R}{L} \int_0^t u_1(\xi) d\xi} \quad \text{integrační člen}$$

Důležité charakteristiky pro posouzení dynamického chování obvodu

jsou *impulsní charakteristika* a *přechodová charakteristika*

Jejich charakter určíme **řešením přechodného děje s nulovými počátečními podmínkami**.

Impulsní charakteristika je proudová odezva obvodu na připojení na **jednotkový impuls** vyjádřený Diracovou funkcí $\delta(t)$

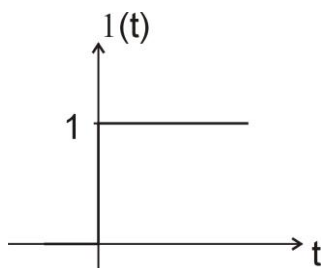


$$\mathcal{L} [\delta(t)] = 1$$

$$I(p) = \frac{U_0(p)}{Z(p)} = \frac{\mathcal{L} [\delta(t)]}{Z(p)} = Y(p)$$

$$i(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(p)] \quad \text{impulsní charakteristika}$$

Přechodová charakteristika je proudová odezva obvodu **na jednotkový skok**



$$u(t) = 1 \quad \text{pro } t \geq 0$$

$$\mathcal{L} [u(t)] = U_0(p) = \frac{1}{p}$$

$$I(p) = \frac{1}{pZ(p)} = \frac{1}{p} Y(p)$$

$$i(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{p} Y(p) \right] \quad \text{přechodová charakteristika}$$

Z uvedeného je zřejmé, že **pro vyšetření impulsní resp. přechodové charakteristiky stačí stanovit obrazovou admitanci vyšetřovaného obvodu**

Uvedené charakteristiky často používáme k zjišťování odezev obvodu na **libovolný vstupní signál**, zpravidla k tomu používáme **větu o konvoluci**.