EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

ESF projekt Západočeské univerzity v Plzni
reg. č. CZ.02.2.69/0.0/0.0/16_015/0002287

Aktivita 2:
Zkvalitnění vzdělávací činnosti a moderní výukové
Trendy

Katedra teoretické elektrotechniky

Teoretická elektrotechnika 1

Trojfázové obvody

S trojfázovými obvody se setkáváme zejména v silnoproudé elektrotechnice. V porovnání s jednofázovými zdroji je přenos elektrické energie hospodárnější. Trojfázové zdroje jsou zařízení, kde jsou v jediném konstrukčním celku uspořádány tři jednofázové harmonické zdroje, které mají stejnou frekvenci a zpravidla i stejnou amplitudu, ale jiný fázový posun. Svorky jednotlivých dílčích zdrojů jsou mezi sebou vhodně propojeny, takže zdroj je do obvodu zapojen pouze třemi nebo čtyřmi svorkami. Zdroje jsou připojeny k trojfázovému vedení, jež tvoří nedílnou součást soustavy, kterou se přenáší elektrická energie ke spotřebičům. Celek se pak nazývá trojfázový obvod.

Pro řešení trojfázových obvodů můžeme využít libovolnou metodu z metod pro analýzu obvodů, které jsme uvedli v našem seriálu. Řešení harmonického ustáleného stavu lze podstatně zjednodušit, využijeme-li následující skutečnosti:

- způsob zapojení zdroje či spotřebiče (hvězda, trojúhelník)
- typ zdroje či spotřebiče (symetrický, nesymetrický)

K označení jednotlivých fází se v literatuře užívá různé značení (starší X,Y,Z nebo R,S,T či L1,L2,L3, nověji U,V,W, v zahraniční literatuře a,b,c nebo A,B,C). My zůstaneme u značení U,V,W.

Trojfázová soustava veličin napětí (nebo proudů) u_U, u_V, u_W, jež jsou reprezentovány fázory $\underline{U}_U$, $\underline{U}_V$, $\underline{U}_W$, je souměrná, mají-li tyto veličiny stejnou efektivní hodnotu $U_U = U_V = U_W$ a jejich vzájemný fázový posun je $\pm 2\pi/3 = \pm 120°$. Tedy platí:

$u_U = \sqrt{2}\, U_U \sin(\omega t + \varphi)$,

$u_V = \sqrt{2}\, U_V \sin(\omega t - 120° + \varphi)$,

$u_W = \sqrt{2}\, U_W \sin(\omega t - 240° + \varphi) = \sqrt{2}\, U_W \sin(\omega t + 120° + \varphi)$,

kde φ je libovolný úhel. Nejsou-li splněny tyto podmínky, jedná se o nesouměrnou soustavu. Nesouměrná trojfázová soustava napětí je tedy soustava, jejíž napětí má různé amplitudy a libovolný fázový posun.

Pořadí, v němž veličiny trojfázové soustavy nabývají svého maxima, nazýváme sled fází. Můžeme říci, že sled fází je také dán pořadím, v jakém jednotlivé fázory protínají zvolený bod (obvykle kladnou část reálné osy) ve fázorovém diagramu. Přitom uvažujeme směr úhlové rychlosti ω proti směru hodinových ručiček. Na obr. 1 je časový průběh souměrné trojfázové soustavy a na obr. 2 příslušný fázorový diagram. Trojice fázorů souměrné trojfázové soustavy se často vyjadřuje pouze pomocí jednoho fázoru:

$\underline{U}_U = U_U\, e^{j0°} = U_U$

$\underline{U}_V = U_U\, e^{-j120°}$

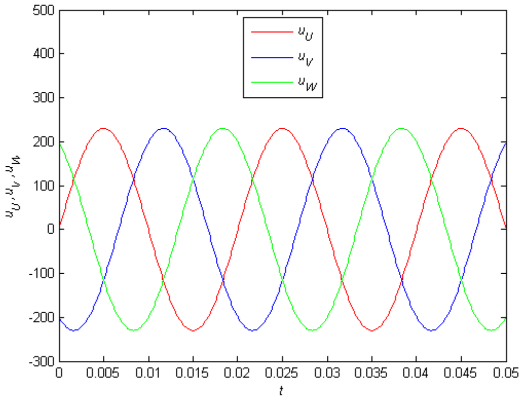
$\underline{U}_W = U_U\, e^{-j240°} = U_U\, e^{j120°}$

Často tedy pracujeme s výrazem $\mathbf{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = e^{j120°}$. Tento výraz nazýváme operátor natočení. Lze psát:

$$\mathbf{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = e^{j120°} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} ,$$

$$\mathbf{a}^2 = e^{-j\frac{2\pi}{3}} = e^{-j120°} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Z uvedených vztahů vyplývá: $1 + \mathbf{a} + \mathbf{a}^2 = 0$



Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz

Fázory můžeme vyjádřit pomocí jednoho fázoru a operátoru natočení, což bývá mnohdy přehlednější:

$\underline{U}_{\mathrm{U}}$,

$\underline{U}_{\mathrm{V}} = \mathbf{a}^2\underline{U}_{\mathrm{U}}$,

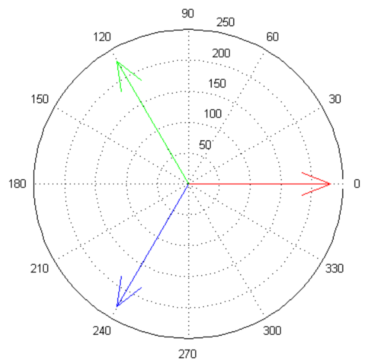
$\underline{U}_{\mathrm{W}} = \mathbf{a}\underline{U}_{\mathrm{U}}$

Soustava s nulovým součtem napětí je vyvážená. Platí pro ni:

$$u_{\mathrm{U}}(t)+u_{\mathrm{V}}(t)+u_{\mathrm{W}}(t)=0$$

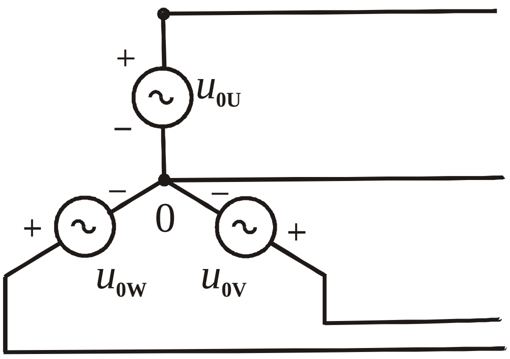
a pro její fázory: $\underline{U}_{\mathrm{U}} + \underline{U}_{\mathrm{V}} + \underline{U}_{\mathrm{W}} = 0$. Vyjádřeno pomocí operátoru natočení:

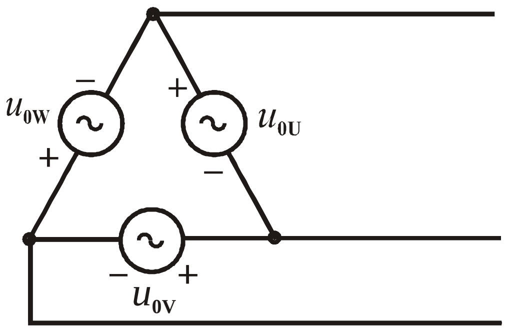
$$\underline{U}_U + \mathbf{a}\underline{U}_U + \mathbf{a}^2\underline{U}_U = \underline{U}_U(1+\mathbf{a}+\mathbf{a}^2)=0 \ .$$



Analogické vztahy lze napsat i pro okamžité hodnoty proudů resp. pro jejich fázory.

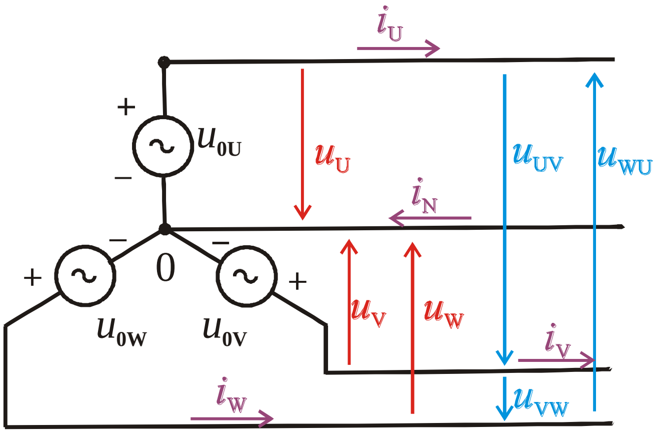
Má-li každý ze tří dílčích jednofázových zdrojů, které tvoří trojfázový zdroj, dvě svorky, mohli bychom k nim připojit šest vodičů a dostali bychom tzv. nevázanou soustavu. Vhodným spojení zdrojů získáme vázanou soustavu, kterou můžeme připojit ke spotřebiči trojvodičovým nebo čtyřvodičovým vedením. V praxi se používají výhradně vázané soustavy. Zdroje můžeme spojit buď do hvězdy nebo do trojúhelníka. Při spojení do hvězdy jsou všechny tři zdroje stejnou svorkou spojeny do uzlu, z něhož může být vyveden tzv. nulový vodič. Ke zbývající trojici svorek jsou připojeny fázové vodiče. Při spojení do trojúhelníka je trojice zdrojů spojena tak, že kladná svorka každého zdroje je připojena k záporné svorce následujícího zdroje, a tím je vytvořena smyčka. Ze vzniklých uzlů jsou vyvedeny fázové vodiče trojfázového vedení.





Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz

Při spojení do hvězdy – písmenné označení Y– jsou všechny tři zdroje stejnou svorkou spojeny do uzlu, z něhož může být vyveden tzv. nulový vodič. Ke zbývající trojici svorek jsou připojeny fázové vodiče. Předpokládejme vyvedený nulový vodič, trojfázový zdroj tedy napájí čtyřvodičové vedení. Z této soustavy lze získat dvě napětí: fázové napětí a sdružené napětí. Fázová napětí jsou napětí mezi fázovými vodiči a nulovým vodičem, a použijeme-li značení pro fázory, jedná se o napětí $\underline{U}_{\mathrm{U}}$, $\underline{U}_{\mathrm{V}}$, $\underline{U}_{\mathrm{W}}$. Sdružená napětí jsou napětí mezi dvojicemi fázových vodičů $\underline{U}_{\mathrm{UV}}$, $\underline{U}_{\mathrm{VW}}$, $\underline{U}_{\mathrm{WU}}$.



S využitím druhého Kirchhoffova zákona lze sdružená napětí vyjádřit pomocí fázových napětí těmito vztahy pro fázory:

$\underline{U}_{\mathrm{UV}} = \underline{U}_{\mathrm{U}} - \underline{U}_{\mathrm{V}}$

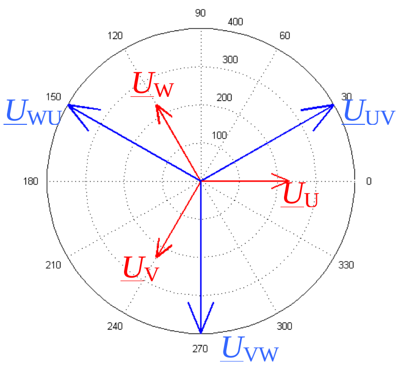
$\underline{U}_{\mathrm{VW}} = \underline{U}_{\mathrm{V}} - \underline{U}_{\mathrm{W}}$

$\underline{U}_{\mathrm{WU}} = \underline{U}_{\mathrm{W}} - \underline{U}_{\mathrm{U}}$

Sečtením těchto rovnic dostáváme:

$\underline{U}_{\mathrm{UV}} + \underline{U}_{\mathrm{VW}} + \underline{U}_{\mathrm{WU}} = 0$.

Podle tohoto vztahu sdružená napětí tvoří vyváženou soustavu.



Důležitý je případ, kdy je napěťový zdroj v zapojení do hvězdy s vyvedeným nulovým vodičem symetrický a soustava fázových napětí je souměrná s fázory: $\underline{U}_{\mathrm{U}}$, $\underline{U}_{\mathrm{V}} = \mathbf{a}^2\underline{U}_{\mathrm{U}}$, $\underline{U}_{\mathrm{W}} = \mathbf{a}\underline{U}_{\mathrm{U}}$, kde $\mathbf{a}$ je operátor natočení. Velikosti efektivních hodnot fázových napětí označíme $U_{\mathrm{U}} = U_{\mathrm{V}} = U_{\mathrm{W}} = U_{\mathrm{f}}$, velikosti efektivních hodnot sdružených napětí $U_{\mathrm{UV}} = U_{\mathrm{VW}} = U_{\mathrm{WU}} = U_{\mathrm{s}}$.

Fázorový diagram souměrné trojfázové soustavy fázových a sdružených napětí je na vidět obr. Mezi fázory sdružených a fázových napětí platí:

$$\underline{U}_{\mathrm{UV}} = \underline{U}_{\mathrm{U}} - \underline{U}_{\mathrm{V}} = U_{\mathrm{f}}\left(1-\mathbf{a}^2\right) = U_{\mathrm{f}}\left(1-\left(-\frac{1}{2}-\mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) = \sqrt{3}U_{\mathrm{f}}\angle 30^0 = U_{\mathrm{s}}\angle 30^0$$

$$\underline{U}_{\mathrm{VW}} = \underline{U}_{\mathrm{V}} - \underline{U}_{\mathrm{W}} = U_{\mathrm{f}}\left(\mathbf{a}^2-\mathbf{a}\right) = U_{\mathrm{f}}\left(-\frac{1}{2}-\mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}-\left(-\frac{1}{2}+\mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) = \sqrt{3}U_{\mathrm{f}}\angle -90^0 = U_{\mathrm{s}}\angle -90^0$$

$$\underline{U}_{\mathrm{WU}} = \underline{U}_{\mathrm{W}} - \underline{U}_{\mathrm{U}} = U_{\mathrm{f}}\left(\mathbf{a}-\mathbf{1}\right) = U_{\mathrm{f}}\left(-\frac{1}{2}+\mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right) = \sqrt{3}U_{\mathrm{f}}\angle 150^0 = U_{\mathrm{s}}\angle 150^0$$

Z uvedených vztahů je vidět, že pro efektivní hodnoty platí: $U_{\mathrm{s}} = \sqrt{3}U_{\mathrm{f}}$

Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz

Při nízkonapěťovém rozvodu elektrické energie se používá napětí:

$U_f = 230$ V,

$U_s = \sqrt{3} \cdot 230 = 400$ V

Kdyby nebyl vyveden nulový vodič, mohli bychom ze soustavy odebírat jen sdružené napětí. V praxi se nulový vodič vyžaduje vždy. Připojíme-li ke zdroji zapojenému do hvězdy spotřebič, fázovými vodiči protékají proudy $\underline{I}_U$, $\underline{I}_V$, $\underline{I}_W$ a nulovým vodičem proud $\underline{I}_N$. Použijeme-li první Kirchhoffův zákon pro střed hvězdy, dostaneme

$\underline{I}_U + \underline{I}_V + \underline{I}_W = \underline{I}_N$

Pro souměrnou soustavu proudů $\underline{I}_U$, $\underline{I}_V = \mathbf{a}^2 \underline{I}_U$, $\underline{I}_W = \mathbf{a} \underline{I}_U$ vyplývá z prvního Kirchhoffova zákona $\underline{I}_N = 0$. Nulovým vodičem pak neprotéká proud. Zátěž (připojené spotřebiče k soustavě) však bývá obvykle nesouměrná, proto i trojfázová soustava proudů je v praxi nesouměrná a nulovým vodičem protéká proud.

Při spojení do trojúhelníka – písmenné označení D – je trojice zdrojů spojena tak, že kladná svorka každého zdroje je připojena k záporné svorce následujícího zdroje, a tím je vytvořena smyčka. Ze vzniklých uzlů jsou vyvedeny fázové vodiče trojfázového vedení. Toto spojení lze uskutečnit jen pro vyvážený trojfázový zdroj:

$\underline{U}_{0U} + \underline{U}_{0V} + \underline{U}_{0W} = 0.$

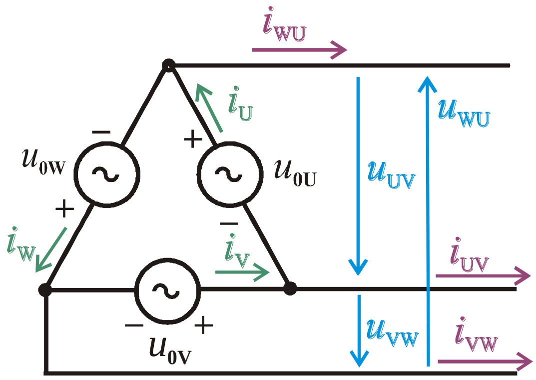
Na svorky zdroje lze připojit trojvodičové vedení. Napětí dílčích zdrojů je tedy též sdruženým napětím a platí:

$\underline{U}_{0U} = \underline{U}_{UV}$, $\underline{U}_{0V} = \underline{U}_{VW}$, $\underline{U}_{0W} = \underline{U}_{WU}$

Fázová napětí jsou rovna sdruženým napětím.

$U_s = U_f$

Při zatížení takového trojfázového zdroje dodávají dílčí zdroje fázové proudy $\underline{I}_U$, $\underline{I}_V$, $\underline{I}_W$ a síťovými vodiči procházejí proudy:



$$\underline{I}_{UV} = \underline{I}_V - \underline{I}_U$$
$$\underline{I}_{VW} = \underline{I}_W - \underline{I}_V$$
$$\underline{I}_{WU} = \underline{I}_U - \underline{I}_W$$

Sečtením těchto rovnic dostáváme vztah mezi proudy v síťových vodičích:

$\underline{I}_{UV} + \underline{I}_{VW} + \underline{I}_{WU} = 0$

Tyto proudy tedy tvoří vyváženou soustavu. Je-li trojfázový vyvážený zdroj zapojený do trojúhelníka souměrně zatížen, je soustava proudů $\underline{I}_U$, $\underline{I}_V = \mathbf{a}^2 \underline{I}_U$, $\underline{I}_W = \mathbf{a} \underline{I}_U$ souměrná, a tedy soustava proudů $\underline{I}_{UV}$, $\underline{I}_{VW}$, $\underline{I}_{WU}$ je také souměrná. Označme efektivní hodnoty $I_U = I_V = I_W = I_f$ a podobně $I_{UV} = I_{VW} = I_{WU} = I_s$. Potom platí:

$I_s = \sqrt{3} I_f$

Odvození by proběhlo stejně jako při zapojení do hvězdy.

Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz

V minulé části jsme se věnovali trojfázovým zdrojům. Nyní se zaměříme na spotřebiče a výkon trojfázové soustavy. Spotřebiče můžeme spojovat také do hvězdy nebo do trojúhelníka. Impedance jednotlivých fází spotřebiče označme $\underline{Z}_\mathrm{U}$, $\underline{Z}_\mathrm{V}$, $\underline{Z}_\mathrm{W}$. Jsou-li si impedance v jednotlivých fázích spotřebiče rovny, $\underline{Z}_\mathrm{U} = \underline{Z}_\mathrm{V} = \underline{Z}_\mathrm{V}$, pak je spotřebič souměrný, není-li splněna rovnost impedancí, spotřebič nazveme nesouměrným.

Okamžitý výkon trojfázového spotřebiče se rovná součtu okamžitých výkonů jeho tří fází:

$$p(t) = p_\mathrm{U}(t) + p_\mathrm{V}(t) + p_\mathrm{W}(t) = u_\mathrm{U}(t)\,i_\mathrm{U}(t) + u_\mathrm{V}(t)\,i_\mathrm{V}(t) + u_\mathrm{W}(t)\,i_\mathrm{W}(t)$$

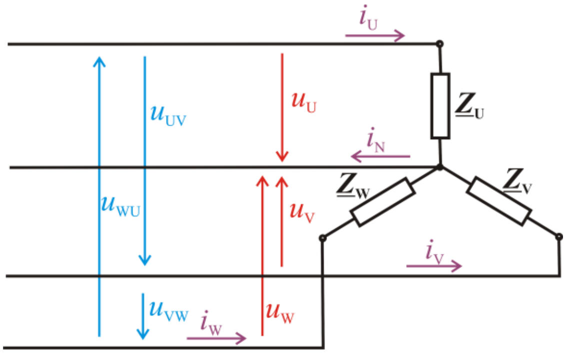
Předpokládáme opět harmonický ustálený stav. Při spojení do hvězdy – písmenné označení Y – jsou všechny tři fáze spotřebiče jednou svorkou spojeny do uzlu, k němuž může být přiveden tzv. nulový vodič. Ke zbývající trojici svorek jsou připojeny fázové vodiče. Opět poznamenejme, že celkový výkon spotřebiče je roven součtu výkonů jeho tří fází. Komplexní výkon trojfázového spotřebiče zapojeného do hvězdy je

$$\underline{S} = \underline{U}_\mathrm{U}\underline{I}^*_\mathrm{U} + \underline{U}_\mathrm{V}\underline{I}^*_\mathrm{V} + \underline{U}_\mathrm{W}\underline{I}^*_\mathrm{W},$$

kde $\underline{U}_\mathrm{U}$, $\underline{U}_\mathrm{V}$, $\underline{U}_\mathrm{W}$ jsou fázory fázových napětí, $\underline{I}_\mathrm{U}$, $\underline{I}_\mathrm{V}$, $\underline{I}_\mathrm{W}$ fázory proudů protékajících fázovými vodiči, symbolem I^* je označeno komplexně sdružené číslo k fázoru efektivní hodnoty proudu I příslušné fáze.

Činný výkon $P = \mathrm{Re}\{\underline{S}\}$ lze vyjádřit jako součet činných výkonů jednotlivých fází:

$$P = U_\mathrm{U} I_\mathrm{U} \cos\varphi_\mathrm{U} + U_\mathrm{V} I_\mathrm{V} \cos\varphi_\mathrm{V} + U_\mathrm{W} I_\mathrm{W} \cos\varphi_\mathrm{W},$$



kde kde U_U, U_V, U_W jsou efektivní hodnoty fázových napětí, I_U, I_V, I_W efektivní hodnoty proudů protékajících fázovými vodiči a φ_U, φ_V, φ_W jsou fázové posuvy mezi napětím a proudem v příslušné fázi.

Jalový výkon $Q = \mathrm{Im}\{\underline{S}\}$ je obdobně součet jalových výkonů jednotlivých fází:

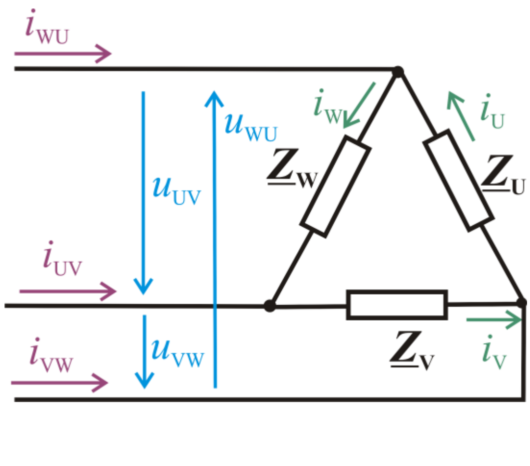
$$Q = U_\mathrm{U} I_\mathrm{U} \sin\varphi_\mathrm{U} + U_\mathrm{V} I_\mathrm{V} \sin\varphi_\mathrm{V} + U_\mathrm{W} I_\mathrm{W} \sin\varphi_\mathrm{W}$$

a zdánlivý výkon je $S = |\underline{S}|$.

Mezi činným, jalovým a zdánlivým výkonem platí stejný vztah jako pro jednofázové obvody:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad .$$

V souměrném trojfázovém obvodu, kdy je souměrný zdroj i spotřebič, mají fázová napětí stejnou velikost, $U_\mathrm{U} = U_\mathrm{V} = U_\mathrm{W}$, proudy ve fázových vodičích také stejnou velikost, $I_\mathrm{U} = I_\mathrm{V} = I_\mathrm{W}$, a fázové posuvy mezi napětím a proudem v příslušné fázi jsou rovněž stejné $\varphi_\mathrm{U} = \varphi_\mathrm{V} = \varphi_\mathrm{W} = \varphi$. Protože napětí tvoří souměrnou soustavu, proudy také vytvářejí souměrnou soustavu a lze označit $U_\mathrm{U} = U_\mathrm{V} = U_\mathrm{W} = U_\mathrm{f}$ a $I_\mathrm{U} = I_\mathrm{V} = I_\mathrm{W} = I$.



Pro sdružené napětí platí $U = \sqrt{3}U_\mathrm{f}$.

Potom pro činný, jalový a zdánlivý výkon můžeme psát:

$$P = 3U_\mathrm{f} I \cos\varphi = \sqrt{3} U I \cos\varphi$$

$$Q = 3U_\mathrm{f} I \sin\varphi = \sqrt{3} U I \sin\varphi$$

$$S = 3U_\mathrm{f} I = \sqrt{3} U I$$

Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz

Při spojení do trojúhelníka – písmenné označení D – je trojice jednotlivých fází spotřebiče spojena tak, že svorka každé fáze je připojena k svorce následující fáze, a tím je vytvořena smyčka.

Komplexní výkon trojfázového spotřebiče zapojeného do trojúhelníka je

$$\underline{S} = \underline{U}_{\mathrm{UV}} \underline{I}_{\mathrm{U}}^{*} + \underline{U}_{\mathrm{VW}} \underline{I}_{\mathrm{V}}^{*} + \underline{U}_{\mathrm{WU}} \underline{I}_{\mathrm{W}}^{*}.$$

kde $\underline{U}_{\mathrm{UV}}$, $\underline{U}_{\mathrm{VW}}$, $\underline{U}_{\mathrm{WU}}$ jsou fázory sdružených napětí, $\underline{I}_{\mathrm{U}}$, $\underline{I}_{\mathrm{V}}$, $\underline{I}_{\mathrm{W}}$ jsou fázory fázových proudů.

Z tohoto vztahu zjistíme činný výkon $P = \mathrm{Re}\{\underline{S}\}$, platí:

$$P = U_{\mathrm{UV}} I_{\mathrm{U}} \cos\varphi_{\mathrm{U}} + U_{\mathrm{VW}} I_{\mathrm{V}} \cos\varphi_{\mathrm{V}} + U_{\mathrm{WU}} I_{\mathrm{W}} \cos\varphi_{\mathrm{W}}.$$

Jalový výkon $Q = \mathrm{Im}\{\underline{S}\}$ je podobně:

$$Q = U_{\mathrm{UV}} I_{\mathrm{U}} \sin\varphi_{\mathrm{U}} + U_{\mathrm{VW}} I_{\mathrm{V}} \sin\varphi_{\mathrm{V}} + U_{\mathrm{WU}} I_{\mathrm{W}} \sin\varphi_{\mathrm{W}}$$

a zdánlivý výkon je opět $S = |\underline{S}|$.

V souměrném trojfázovém obvodu tvoří napětí $\underline{U}_{\mathrm{UV}}$, $\underline{U}_{\mathrm{VW}}$, $\underline{U}_{\mathrm{WU}}$ souměrnou trojfázovou soustavu, také proudy $\underline{I}_{\mathrm{U}}$, $\underline{I}_{\mathrm{V}}$, $\underline{I}_{\mathrm{W}}$ také vytvářejí souměrnou soustavu posunutou oproti soustavě napětí o úhel φ. Lze označit $U_{\mathrm{UV}} = U_{\mathrm{VW}} = U_{\mathrm{WU}} = U$ a $I_{\mathrm{U}} = I_{\mathrm{V}} = I_{\mathrm{W}} = I_{\mathrm{f}}$. Proudy v síťových vodičích mají velikost $I = \sqrt{3} I_{\mathrm{f}}$. Pro činný, jalový a zdánlivý výkon dostaneme potom obdobné vztahy jako při zapojení do hvězdy.

$$P = 3UI_{\mathrm{f}} \cos\varphi = \sqrt{3}UI\cos\varphi$$

$$Q = 3UI_{\mathrm{f}} \sin\varphi = \sqrt{3}UI\sin\varphi$$

$$S = 3UI_{\mathrm{f}} = \sqrt{3}UI$$

Uveďme příklad: Souměrný spotřebič má impedanci jedné fáze $\underline{Z} = 10\angle 60^{\circ}\ \Omega$ a je připojen k souměrné trojfázové soustavě napětí 400/230 V (tj. k soustavě s efektivní hodnotou sdruženého napětí 400 V a fázového napětí U_{f} = 230 V). Vypočteme velikost proudu v sítových vodičích a odebíraný činný výkon pro zapojení spotřebiče do hvězdy a do trojúhelníka.

- zapojení do hvězdy

$$I_{\mathrm{Y}} = I_{\mathrm{fY}} = \frac{U_{\mathrm{f}}}{Z} = \frac{230}{10} = 23\,\mathrm{A}, \qquad P_{\mathrm{Y}} = 3U_{\mathrm{f}} I\cos\varphi = 3\cdot 230\cdot 23\cdot\cos 60^{\circ} = 7935\,\mathrm{W}$$

- zapojení do trojúhelníka

$$I_{\mathrm{fD}} = \frac{\sqrt{3}U_{\mathrm{f}}}{Z} = \frac{400}{10} = 40\,\mathrm{A}, \qquad I_{\mathrm{D}} = \sqrt{3}I_{\mathrm{fD}} = \sqrt{3}\frac{\sqrt{3}U_{\mathrm{f}}}{Z} = \frac{3U_{\mathrm{f}}}{Z} = \frac{3\cdot 230}{10} = 69\,\mathrm{A}, \qquad P_{\mathrm{D}} = \sqrt{3}UI\cos\varphi = \sqrt{3}\sqrt{3}U_{\mathrm{f}} I\cos\varphi = \sqrt{3}\sqrt{3}\cdot 230\cdot 69\cdot\cos 60^{\circ} = 23805\,\mathrm{W}$$

Poměry proudů a činných výkonů: $\dfrac{I_{\mathrm{D}}}{I_{\mathrm{Y}}} = \dfrac{69}{23} = 3$, $\quad \dfrac{P_{\mathrm{D}}}{P_{\mathrm{Y}}} = \dfrac{23805}{7935} = 3$

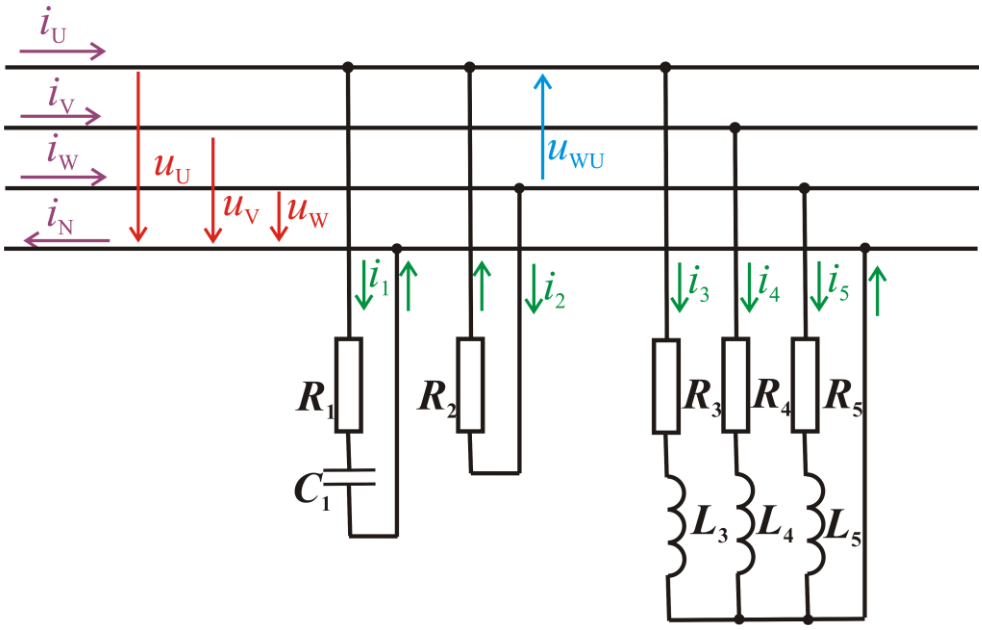
Velikost proudu v síťovém vodiči a činný výkon je u zapojení do trojúhelníka třikrát větší než u hvězdy, čehož se využívá při rozběhu asynchronních motorů. Při rozběhu motoru je jeho statorové vinutí spojeno do hvězdy. Po ukončení rozběhu se motor přepne do trojúhelníka. Přepnutím vinutí z hvězdy na trojúhelník se postupně zvyšuje odebíraný proud i výkon.

Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz

Na souměrnou trojfázovou síť 400 / 230 V, f = 50 Hz, jsou současně připojeny spotřebiče dle obr. Mějme dáno: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 100\ \Omega$, $L_3 = L_4 = L_5 = 0.5$ H, $C_1 = 10\ \mu$F. Trojfázový zdroj, který není na obrázku nakreslen, napájí čtyřvodičové vedení – tři fázové vodiče a nulový vodič. Právě podle vyvedeného nulového vodiče poznáme, že zdroj je zapojen do hvězdy. Z takovéto soustavy lze tedy získat dvě napětí: fázové napětí (230 V) a sdružené napětí (400 V). Ke zdroji jsou připojeny tři spotřebiče. První spotřebič je připojen mezi fázový a nulový vodič, tj. na fázové napětí, jedná se o jednofázový spotřebič, jehož impedanci určíme jako $\underline{Z}_1 = R_1 - \mathbf{j}\dfrac{1}{\omega C_1} = 100 - 318.31\mathbf{j}\ \Omega$. Prostřední spotřebič je zapojen mezi dva fázové vodiče, fázi W a fázi U, tzn. na sdružené napětí, jeho impedance $\underline{Z}_2 = R_2 = 100\ \Omega$. Poslední zátěží je souměrný trojfázový spotřebič spojený do hvězdy, jejíž impedance jsou $\underline{Z}_i = R_i + \mathbf{j}\omega L_i = 100 + 157.08\ \mathbf{j}\ \Omega$, kde i = 3, 4, 5. Střed hvězdy je spojen s nulovým vodičem.

Jednofázové spotřebiče jsou obvykle konstruovány na fázové napětí, proto je u jednofázových zásuvek vyvedena fáze a nulový vodič. Méně běžné jsou spotřebiče konstruované na sdružené napětí. Tyto jednofázové spotřebiče způsobují největší nesouměrnosti, protože zdroje i přenosové cesty bývají souměrné, a také trojfázové spotřebiče jsou obvykle sestrojovány jako souměrné. Nesouměrnost se projeví tím, že nulovým vodičem protéká proud a soustava proudů ve fázových vodičích je nesymetrická.

V našem příkladu předpokládáme opět harmonický ustálený stav, proto pro řešení využijeme symbolicko-komplexní zobrazení. Určíme okamžité hodnoty proudů v jednotlivých fázích a činný a jalový výkon.



Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz

Fázory dílčích proudů v obvodu jsou:

$\underline{I}_1 = \dfrac{\underline{U}_\mathrm{U}}{\underline{Z}_1} = \dfrac{230\angle 0°}{100-318.31\mathbf{j}} = 0.69\angle 72.6°\,\mathrm{A}$, $\quad \underline{I}_2 = \dfrac{\underline{U}_\mathrm{WU}}{\underline{Z}_2} = \dfrac{400\angle 150°}{100} = 4\angle 150°\,\mathrm{A}$,

$\underline{I}_3 = \dfrac{\underline{U}_\mathrm{U}}{\underline{Z}_3} = \dfrac{230\angle 0°}{100-157.08\mathbf{j}} = 1.24\angle -57.5°\,\mathrm{A}$, $\quad \underline{I}_4 = \dfrac{\underline{U}_\mathrm{V}}{\underline{Z}_1} = \dfrac{230\angle -120°}{100-157.08\mathbf{j}} = 1.24\angle -177.5°\,\mathrm{A}$,

$\underline{I}_5 = \dfrac{\underline{U}_\mathrm{W}}{\underline{Z}_5} = \dfrac{230\angle 120°}{100-157.08\mathbf{j}} = 1.24\angle 62.5°\,\mathrm{A}$,

kde v jednotlivých vztazích $\underline{U}_\mathrm{U}$, $\underline{U}_\mathrm{V}$, $\underline{U}_\mathrm{W}$ jsou fázory fázových napětí souměrné soustavy a $\underline{U}_\mathrm{WU}$ je sdružené napětí.

K výpočtu fázorů proudů protékajících fázovými vodiči $\underline{I}_\mathrm{U}$, $\underline{I}_\mathrm{V}$, $\underline{I}_\mathrm{W}$ využijeme prvního Kirchhoffova zákona. Platí:

$\underline{I}_\mathrm{U} = \underline{I}_1 - \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 4.93\angle -28.8°\,\mathrm{A}$, $\quad \underline{I}_\mathrm{V} = \underline{I}_4 = 1.24\angle -177.5°\,\mathrm{A}$,

$\underline{I}_\mathrm{W} = \underline{I}_2 + \underline{I}_5 = 4.22\angle 133.0°\,\mathrm{A}$.

Fázor proudu nulovým vodičem lze vypočítat buď takto: $\underline{I}_\mathrm{N} = \underline{I}_1 + \underline{I}_3 + \underline{I}_4 + \underline{I}_5$, a nebo $\underline{I}_\mathrm{N} = \underline{I}_\mathrm{U} + \underline{I}_\mathrm{V} + \underline{I}_\mathrm{W}$. Oběma způsoby vychází $\underline{I}_\mathrm{N} = 0.69\angle 72.6°\,\mathrm{A}$.

Poznamenejme, že součet $\underline{I}_3 + \underline{I}_4 + \underline{I}_5 = 0$, protože trojfázový spotřebič je souměrný.

Časové průběhy jednotlivých proudů:

$i_\mathrm{U} = 4.93\sin(\omega t - 28.8°)\,\mathrm{A}$ $\qquad i_\mathrm{v} = 1.24\sin(\omega t - 177.5°)\,\mathrm{A}$

$i_\mathrm{W} = 4.22\sin(\omega t - 133.0°)\,\mathrm{A}$ $\qquad i_\mathrm{N} = 0.69\sin(\omega t + 72.6°)\,\mathrm{A}$

Poznamenejme, že celkový výkon zátěže je roven součtu výkonů všech spotřebičů. Komplexní výkon je

$$\underline{S} = \underline{U}_\mathrm{U}\underline{I}_1^* + \underline{U}_\mathrm{WU}\underline{I}_2^* + \underline{U}_\mathrm{U}\underline{I}_3^* + \underline{U}_\mathrm{V}\underline{I}_4^* + \underline{U}_\mathrm{W}\underline{I}_5^* = 2092.21 + 567.68\mathbf{j} = P + Q\mathbf{j},$$

kde $\underline{U}_\mathrm{U}$, $\underline{U}_\mathrm{V}$, $\underline{U}_\mathrm{W}$ jsou fázory fázových napětí, $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, …, $\underline{I}_5$ fázory proudů protékajících jednotlivými vodiči, symbolem $\underline{I}^*$ je označeno komplexně sdružené číslo k fázoru efektivní hodnoty proudu $\underline{I}$ příslušné fáze.

Činný výkon $P = \mathrm{Re}\{\underline{S}\} = 2092.21\,\mathrm{W}$ lze vyjádřit také jako součet činných výkonů jednotlivých fází:

$$P = U_\mathrm{U} I_\mathrm{U}\cos\varphi_\mathrm{U} + U_\mathrm{V} I_\mathrm{V}\cos\varphi_\mathrm{V} + U_\mathrm{W} I_\mathrm{W}\cos\varphi_\mathrm{W},$$

kde U_U, U_V, U_W jsou efektivní hodnoty fázových napětí, I_U, I_V, I_W efektivní hodnoty proudů protékajících fázovými vodiči a φ_U, φ_V, φ_W jsou fázové posuvy mezi napětím a proudem v příslušné fázi.

Jalový výkon $Q = \mathrm{Im}\{\underline{S}\} = 567.679\ \mathrm{VAr}$ je obdobně součet jalových výkonů jednotlivých fází:

$$Q = U_\mathrm{U} I_\mathrm{U}\sin\varphi_\mathrm{U} + U_\mathrm{V} I_\mathrm{V}\sin\varphi_\mathrm{V} + U_\mathrm{W} I_\mathrm{W}\sin\varphi_\mathrm{W}.$$

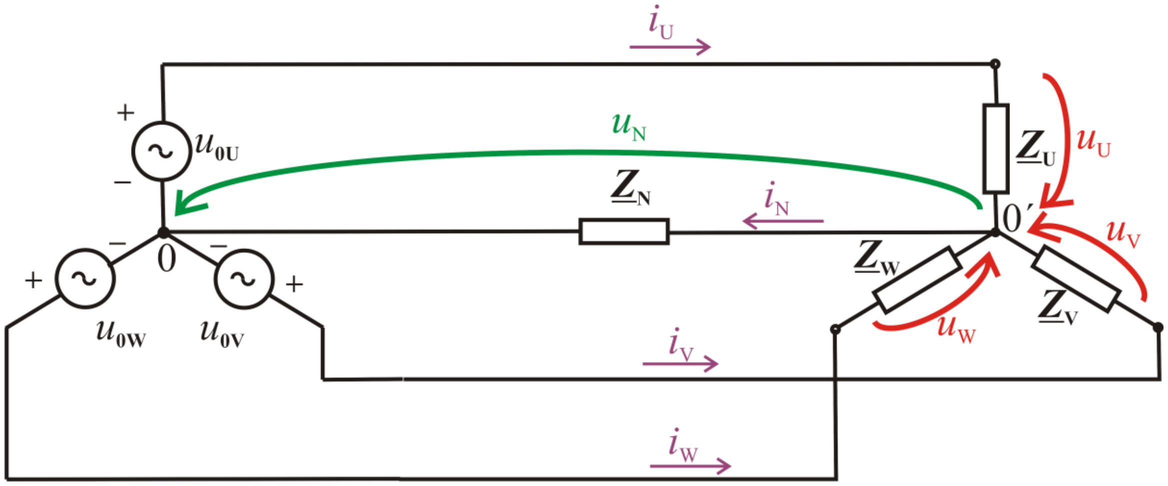
Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Nyní si ukážeme analýzu trojfázového obvodu v nesouměrném stavu. Nesymetrie vzniká nejen, je-li trojfázový zdroj nebo spotřebič nesouměrný, ale i při poruchových stavech v jednotlivých fázích, při přerušení vodiče apod.

Mějme zapojení podle obr. Předpokládejme, že se jedná se o nesouměrnou trojfázovou soustavu, jsou dány fázory napětí zdroje $\underline{U}_{0\mathrm{U}}$, $\underline{U}_{0\mathrm{V}}$, $\underline{U}_{0\mathrm{W}}$, impedance fázových vodičů a spotřebiče jsou zahrnuty ve veličinách $\underline{Z}_{\mathrm{U}}$, $\underline{Z}_{\mathrm{V}}$, $\underline{Z}_{\mathrm{W}}$, impedance nulového vodiče je $\underline{Z}_{\mathrm{N}}$. Určíme napětí mezi nulovým bodem zdroje a spotřebiče, proudy ve fázových vodičích a proud v nulovém vodiči.



S využitím druhého Kirchhoffova zákona lze fázory napětí na fázích spotřebiče $\underline{U}_{\mathrm{U}}$, $\underline{U}_{\mathrm{V}}$, $\underline{U}_{\mathrm{W}}$ vyjádřit těmito vztahy:

$\underline{U}_{\mathrm{U}} = \underline{U}_{0\mathrm{U}} - \underline{U}_{\mathrm{N}}$

$\underline{U}_{\mathrm{V}} = \underline{U}_{0\mathrm{V}} - \underline{U}_{\mathrm{N}}$

$\underline{U}_{\mathrm{W}} = \underline{U}_{0\mathrm{W}} - \underline{U}_{\mathrm{N}}$

K řešení využijeme metodu uzlových napětí. Metoda vychází z prvního Kirchhoffova zákona. Princip této metody spočívá v tom, že v daném obvodu zvolíme jeden z uzlů jako referenční (obvykle je to uzel, do kterého jsou zapojeny záporné svorky zdrojů) a mezi ostatními – nezávislými – uzly zavedeme tzv. uzlová napětí, která orientujeme od nezávislého uzlu k referenčnímu. Potom pro všechny nezávislé uzly formulujeme rovnice pomocí 1. Kirchhoffova zákona, přičemž neznámé proudy ve větvích vyjádříme pomocí uzlových napětí. Nakonec z uzlových napětí vypočteme hledané větvové veličiny (proudy, resp. napětí).

V našem případě jako referenční uzel zvolíme uzel O, nezávislý uzel je O´ a uzlové napětí je tedy napětí $\underline{U}_{\mathrm{N}}$.

Na uzel O´ aplikujeme 1. Kirchhoffův zákon:

$\underline{I}_{\mathrm{U}} + \underline{I}_{\mathrm{V}} + \underline{I}_{\mathrm{W}} - \underline{I}_{\mathrm{N}} = 0$

Proudy ve fázových vodičích a v nulovém vodiči vyjádříme pomocí Ohmova zákona:

$$\frac{\underline{U}_{\mathrm{U}}}{\underline{Z}_{\mathrm{U}}} + \frac{\underline{U}_{\mathrm{V}}}{\underline{Z}_{\mathrm{V}}} + \frac{\underline{U}_{\mathrm{W}}}{\underline{Z}_{\mathrm{W}}} - \frac{\underline{U}_{\mathrm{N}}}{\underline{Z}_{\mathrm{N}}} = 0$$

Napětí na fázích spotřebiče vyjádříme pomocí napětí zdrojů $\underline{U}_{0\mathrm{U}}$, $\underline{U}_{0\mathrm{V}}$, $\underline{U}_{0\mathrm{W}}$ a uzlového napětí $\underline{U}_{\mathrm{N}}$ a dostáváme:

$$\frac{\underline{U}_{0\mathrm{U}} - \underline{U}_{\mathrm{N}}}{\underline{Z}_{\mathrm{U}}} + \frac{\underline{U}_{0\mathrm{V}} - \underline{U}_{\mathrm{N}}}{\underline{Z}_{\mathrm{V}}} + \frac{\underline{U}_{0\mathrm{W}} - \underline{U}_{\mathrm{N}}}{\underline{Z}_{\mathrm{W}}} - \frac{\underline{U}_{\mathrm{N}}}{\underline{Z}_{\mathrm{N}}} = 0$$

Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz

Získali jsme rovnici o jedné neznámé $\underline{U}_{\mathrm{N}}$. Aby se nám lépe počítalo uzlové napětí $\underline{U}_{\mathrm{N}}$, impedance nahradíme admitancemi (převrácenými hodnotami impedancí):

$$\underline{Y}_{\mathrm{U}} = \frac{1}{\underline{Z}_{\mathrm{U}}},\ \underline{Y}_{\mathrm{V}} = \frac{1}{\underline{Z}_{\mathrm{V}}},\ \underline{Y}_{\mathrm{W}} = \frac{1}{\underline{Z}_{\mathrm{W}}},\ \underline{Y}_{\mathrm{N}} = \frac{1}{\underline{Z}_{\mathrm{N}}}$$

Po nahrazení obdržíme rovnici:

$$\underline{Y}_{\mathrm{U}}(\underline{U}_{0\mathrm{U}} - \underline{U}_{\mathrm{N}}) + \underline{Y}_{\mathrm{V}}(\underline{U}_{0\mathrm{V}} - \underline{U}_{\mathrm{N}}) + \underline{Y}_{\mathrm{W}}(\underline{U}_{0\mathrm{W}} - \underline{U}_{\mathrm{N}}) - \underline{Y}_{\mathrm{N}}\underline{U}_{\mathrm{N}} = 0$$

Odtud vyjádříme $\underline{U}_{\mathrm{N}}$:

$$\underline{U}_{\mathrm{N}} = \frac{\underline{U}_{0\mathrm{U}}\underline{Y}_{\mathrm{U}} + \underline{U}_{0\mathrm{V}}\underline{Y}_{\mathrm{V}} + \underline{U}_{0\mathrm{W}}\underline{Y}_{\mathrm{W}}}{\underline{Y}_{\mathrm{U}} + \underline{Y}_{\mathrm{V}} + \underline{Y}_{\mathrm{W}} + \underline{Y}_{\mathrm{N}}}$$

Fázové proudy $\underline{I}_{\mathrm{U}}$, $\underline{I}_{\mathrm{V}}$, $\underline{I}_{\mathrm{W}}$ vypočteme z fázových napětí $\underline{U}_{\mathrm{U}}$, $\underline{U}_{\mathrm{V}}$, $\underline{U}_{\mathrm{W}}$:

$$\underline{I}_{\mathrm{U}} = \frac{\underline{U}_{\mathrm{U}}}{\underline{Z}_{\mathrm{U}}} = \frac{\underline{U}_{0\mathrm{U}} - \underline{U}_{\mathrm{N}}}{\underline{Z}_{\mathrm{U}}},\ \underline{I}_{\mathrm{V}} = \frac{\underline{U}_{\mathrm{V}}}{\underline{Z}_{\mathrm{V}}} = \frac{\underline{U}_{0\mathrm{V}} - \underline{U}_{\mathrm{N}}}{\underline{Z}_{\mathrm{V}}},\ \underline{I}_{\mathrm{W}} = \frac{\underline{U}_{\mathrm{W}}}{\underline{Z}_{\mathrm{W}}} = \frac{\underline{U}_{0\mathrm{W}} - \underline{U}_{\mathrm{N}}}{\underline{Z}_{\mathrm{W}}}$$

Proud v nulovém vodiči $\underline{I}_{\mathrm{N}}$ je

$$\underline{I}_{\mathrm{N}} = \frac{\underline{U}_{\mathrm{N}}}{\underline{Z}_{\mathrm{N}}} = \underline{I}_{\mathrm{U}} + \underline{I}_{\mathrm{V}} + \underline{I}_{\mathrm{W}}$$

Z rovnice pro napětí $\underline{U}_{\mathrm{N}}$ můžeme vyvodit takovýto závěr:

- Je-li v trojfázové soustavě symetrický zdroj a zátěž je symetrická, tj. $\underline{Z}_{\mathrm{U}} = \underline{Z}_{\mathrm{V}} = \underline{Z}_{\mathrm{W}}$, potom $\underline{U}_{\mathrm{N}} = 0$, napětí na fázích spotřebiče je rovno napětí zdroje, tj. $\underline{U}_{\mathrm{U}} = \underline{U}_{0\mathrm{U}}$, $\underline{U}_{\mathrm{V}} = \underline{U}_{0\mathrm{V}}$, $\underline{U}_{\mathrm{W}} = \underline{U}_{0\mathrm{W}}$, takový obvod lze řešit pro každou fázi zvlášť jako jednofázový.
- V nesymetrické soustavě závisí velikost $\underline{U}_{\mathrm{N}}$ na způsobu propojení nulového bodu zdroje a spotřebiče.
    - předpokládáme-li nulový vodič dokonalý, tj. $\underline{Z}_{\mathrm{N}} = 0$ (tedy $\underline{Y}_{\mathrm{N}} \to \infty$), pak $\underline{U}_{\mathrm{N}} = 0$, na fázích spotřebiče je napětí zdroje, , tj. $\underline{U}_{\mathrm{U}} = \underline{U}_{0\mathrm{U}}$, $\underline{U}_{\mathrm{V}} = \underline{U}_{0\mathrm{V}}$, $\underline{U}_{\mathrm{W}} = \underline{U}_{0\mathrm{W}}$, snadno vypočteme proudy $\underline{I}_{\mathrm{U}}$, $\underline{I}_{\mathrm{V}}$, $\underline{I}_{\mathrm{W}}$ a proud $\underline{I}_{\mathrm{N}} = \underline{I}_{\mathrm{U}} + \underline{I}_{\mathrm{V}} + \underline{I}_{\mathrm{W}}$,
    - je-li $\underline{Z}_{\mathrm{N}} \neq 0$, vypočteme podle uvedeného postupu $\underline{U}_{\mathrm{N}}$ a poté určíme požadované proudy $\underline{I}_{\mathrm{U}}$, $\underline{I}_{\mathrm{V}}$, $\underline{I}_{\mathrm{W}}$ a $\underline{I}_{\mathrm{N}}$ či napětí $\underline{U}_{\mathrm{U}}$, $\underline{U}_{\mathrm{V}}$, $\underline{U}_{\mathrm{W}}$,
    - pokud nulový vodič není vyveden nebo došlo k jeho přerušení, tj. $\underline{Z}_{\mathrm{N}} \to \infty$ (tedy $\underline{Y}_{\mathrm{N}} = 0$), potom je $\underline{U}_{\mathrm{N}}$ maximální, vliv nesymetrie se projeví nejvýrazněji.

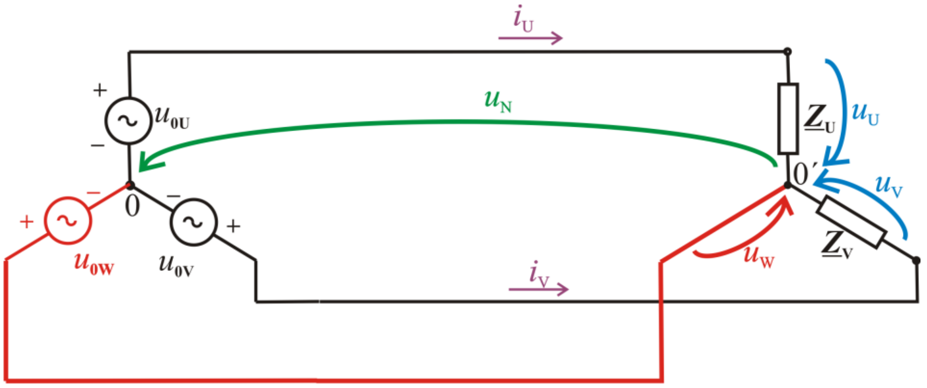
Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz

Nyní si ukážeme analýzu trojfázových obvodů při poruchových stavech. Vybereme ty nejtypičtější poruchy, které mohou nastat, tj. zkrat a přerušení fáze.

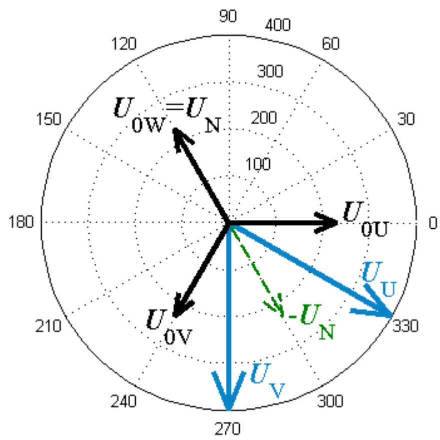
Mějme souměrnou trojfázovou soustavu, zdroj i spotřebič jsou zapojeny do hvězdy. Jsou dány fázory napětí zdroje $\underline{U}_{0U}$, $\underline{U}_{0V}$, $\underline{U}_{0W}$. Soustava je souměrná, proto pro velikosti napětí platí: $U_{0U} = U_{0V} = U_{0W}$. Trojice fázorů souměrné trojfázové soustavy se proto často vyjadřuje, jak již bylo zmíněno dříve, pouze pomocí jednoho fázoru, někdy s využitím operátoru natočení:

$\underline{U}_{0U} = U_{0U}\,e^{j0°} = U_U$, $\quad\underline{U}_{0V} = U_{0U}\,e^{-j120°} = \mathbf{a}^2 U_U$, $\quad\underline{U}_{0W} = U_{0U}\,e^{-j240°} = U_U\,e^{j120°} = \mathbf{a}U_U$,

kde $\mathbf{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = e^{j120°}$ je právě operátor natočení. Obvod je souměrný na straně spotřebiče, platí $\underline{Z}_U = \underline{Z}_V = \underline{Z}_W$.



Pro jednoduchost předpokládejme, že nulový vodič není vyveden. Na fázi W vznikne zkrat, v zapojení na obr. je zkratovaná fáze vyznačena červeně. Původně souměrný trojfázový spotřebič se stává nesouměrným. Určíme, jak se změní napětí na fázích spotřebiče touto poruchou. Impedance nepostižených fází spotřebiče jsou stejné $\underline{Z}_U = \underline{Z}_V$.



Fáze W je zkratována, proto impedance této fáze je nulová, $\underline{Z}_W = 0$, a platí: $\underline{U}_W = 0$. Známe pojem admitance jako převrácenou hodnotu impedance. Admitance nepostižených fází jsou si rovny, $\underline{Y}_U = \underline{Y}_V$, stejně jako impedance. Nulový vodič není vyveden, tj. jeho impedance $\underline{Z}_N \to \infty$ a její převrácená hodnota, tj. admitance, $\underline{Y}_N = 0$.

Podle 2. Kirchoffova zákona je patrné, že napětí mezi nulovými body zdroje a spotřebiče $\underline{U}_N$ je rovno napětí zdroje fáze W, tj. můžeme zapsat, že $\underline{U}_N = \underline{U}_{0W}$. Dále platí tyto vztahy: $\underline{U}_U = \underline{U}_{0U} - \underline{U}_N$, $\underline{U}_V = \underline{U}_{0V} - \underline{U}_N$, $\underline{U}_W = \underline{U}_{0W} - \underline{U}_N$. Dosadíme-li $\underline{U}_N = \underline{U}_{0W}$, dostáváme:

$$\underline{U}_U = \underline{U}_{0U} - \underline{U}_N = \underline{U}_{0U} - \underline{U}_{0W} = U_{0U}\angle 0° - U_{0U}\angle 120° =$$

$$= U_{0U} - \mathbf{a}U_{0U} = U_{0U} - U_{0U}\left(-\frac{1}{2} + \mathbf{j}\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \underline{\underline{\sqrt{3}U_{0U}\angle -30°}}$$

$$\underline{U}_V = \underline{U}_{0V} - \underline{U}_N = \underline{U}_{0V} - \underline{U}_{0W} = U_{0U}\angle -120° - U_{0U}\angle 120° =$$

$$= \mathbf{a}^2 U_{0U} - \mathbf{a}U_{0U} = U_{0U}\left(-\frac{1}{2} - \mathbf{j}\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - U_{0U}\left(-\frac{1}{2} + \mathbf{j}\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \underline{\underline{\sqrt{3}U_{0U}\angle -90°}}$$

$$\underline{U}_W = 0$$

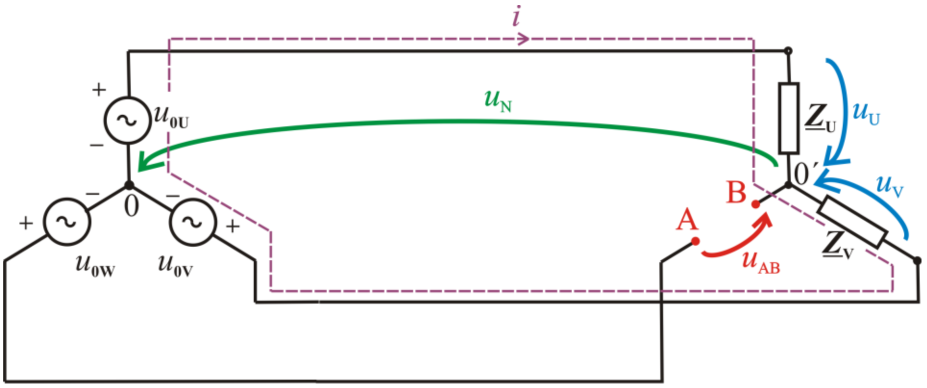
Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

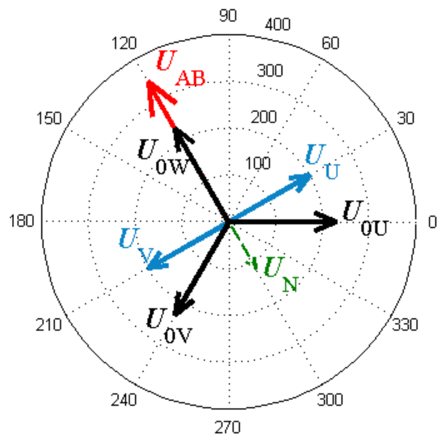
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Fázorový diagram k danému problému vidíme na obr. Na postižené fázi je napětí nulové, kdežto na fázích bez poruchy vznikne přepětí, velikost napětí se √3 krát zvětší a je tedy rovna velikosti napětí sdruženého.

Na dalším obr. jsou souměrný zdroj i spotřebič znovu zapojeny do hvězdy. Jsou dány fázory napětí zdroje $\underline{U}_{0U}$, $\underline{U}_{0V}$, $\underline{U}_{0W}$ a impedance $\underline{Z}_U = \underline{Z}_V = \underline{Z}_W$. V souměrné trojfázové soustavě dojde k přerušení fáze W. Opět stanovíme napětí na fázích spotřebiče bez poruchy a napětí mezi uzly A a B v místě přerušení.



Opět předpokládáme, že nulový vodič není vyveden, proto je admitance $\underline{Y}_N = 0$. Fáze spotřebiče W je přerušen, její impednace $\underline{Z}_W \to \infty$, a tedy její admitance $\underline{Y}_W = 0$.



Využijeme vztah pro $\underline{U}_N$ odvozený v předchozí části

$$\underline{U}_N = \frac{\underline{U}_{0U}\underline{Y}_U + \underline{U}_{0V}\underline{Y}_V + \underline{U}_{0W}\underline{Y}_W}{\underline{Y}_U + \underline{Y}_V + \underline{Y}_W + \underline{Y}_N}$$

Za výše uvedených předpokladů platí:

$$\underline{U}_N = \frac{\underline{U}_{0U}\underline{Y}_U + \underline{U}_{0V}\underline{Y}_V}{\underline{Y}_U + \underline{Y}_V}$$

U vyvážené soustavy platí pro fázory: $\underline{U}_{0U} + \underline{U}_{0V} + \underline{U}_{0W} = 0$, z toho vyplývá, že $\underline{U}_{0U} + \underline{U}_{0V} = -\underline{U}_{0W}$.

Rovnají-li se admitance neporouchaných fází spotřebiče $\underline{Y}_U = \underline{Y}_V$, potom: $\underline{U}_N = \dfrac{\underline{U}_{0U} + \underline{U}_{0V}}{2} = \dfrac{-\underline{U}_{0W}}{2}$.

Z napětí $\underline{U}_N$ vypočteme fázová napětí na nepoškozených fázích spotřebiče $\underline{U}_U$, $\underline{U}_V$:

$$\underline{U}_U = \underline{U}_{0U} - \underline{U}_N = \underline{U}_{0U} - (-\frac{\underline{U}_{0W}}{2}) = U_{0U}\angle 0^\circ + \frac{U_{0U}\angle 120^\circ}{2} =$$

$$= \underline{U}_{0U} + \frac{1}{2}(\mathbf{a}\underline{U}_{0U}) = \underline{U}_{0U} + \frac{1}{2}\underline{U}_{0U}(-\frac{1}{2} + \mathbf{j}\frac{\sqrt{3}}{2}) = \underline{\underline{\frac{\sqrt{3}}{2}U_{0U}\angle 30^\circ}}$$

Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz

$$\underline{U}_{\mathrm{V}} = \underline{U}_{0\mathrm{V}} - \underline{U}_{\mathrm{N}} = \underline{U}_{0\mathrm{V}} - (-\frac{\underline{U}_{0\mathrm{W}}}{2}) = U_{0\mathrm{U}}\angle -120^{\circ} + \frac{U_{0\mathrm{U}}\angle 120^{\circ}}{2} =$$

$$= \mathbf{a}^2 U_{0\mathrm{U}} + \frac{1}{2}(\mathbf{a}U_{0\mathrm{U}}) = U_{0\mathrm{U}}(-\frac{1}{2} - \mathbf{j}\frac{\sqrt{3}}{2}) + \frac{1}{2}U_{0\mathrm{U}}(-\frac{1}{2} + \mathbf{j}\frac{\sqrt{3}}{2}) = \frac{\sqrt{3}}{2}U_{0\mathrm{U}}\angle 210^{\circ} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{3}}{2}U_{0\mathrm{U}}\angle -150^{\circ}}}$$

Napětí v místě přerušení fázového vodiče je:

$$\underline{U}_{\mathrm{AB}} = \underline{U}_{0\mathrm{W}} - \underline{U}_{\mathrm{N}} = \underline{U}_{0\mathrm{W}} + \frac{\underline{U}_{0\mathrm{W}}}{2} = \frac{3}{2}\underline{U}_{0\mathrm{W}} = \underline{\underline{1{,}5U_{0\mathrm{U}}\angle 120^{\circ}}}$$

Fázorový diagram k danému problému je na obr. Na nepoškozených fázích napětí poklesne. Na postižené fázi je napětí 1,5 krát větší, avšak poškozenou fází neprotéká proud z důvodu přerušení. Obvodem protéká proud pouze zdravými fázemi. Fázor tohoto proudu lze při stejných impedancích $\underline{Z}_{\mathrm{U}}$, $\underline{Z}_{\mathrm{V}}$ určit následovně:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}_{0\mathrm{U}} - \underline{U}_{0\mathrm{V}}}{\underline{Z}_{\mathrm{U}} + \underline{Z}_{\mathrm{V}}} = \frac{\underline{U}_{0\mathrm{U}} - \underline{U}_{0\mathrm{V}}}{2\underline{Z}}$$

Pokud dojde k přerušení fázového vodiče mezi zdrojem a spotřebičem, pak napětí na fázi spotřebiče při přerušení vodiče je nulové. Napětí rovné 1,5 násobku původní hodnoty je mezi uzly v místě přerušení.

Přijmeme-li fakt, že při rozboru poruchových stavů budeme hodnotit, je-li nějaká porucha lepší, pak lze konstatovat, že přerušení vodiče je příznivější poruchou nežli zkrat.

Literatura:

1. Mayer, Daniel. *Úvod do teorie elektrických obvodů*. 2. vyd. Praha: SNTL, 1981. 688 s.
2. Benešová, Zdeňka a Ledvinová, Marcela. *Základy elektrických obvodů v příkladech*. 2. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2012. 145 s.
3. Kotlan, Jiří. *Základy teoretické elektrotechniky*. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 1995. 258 s.
4. Šroubová, Lenka. Základy teoretické elektrotechniky (25 dílný seriál). In: *Elektro*, 2014 – 2016.

Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz