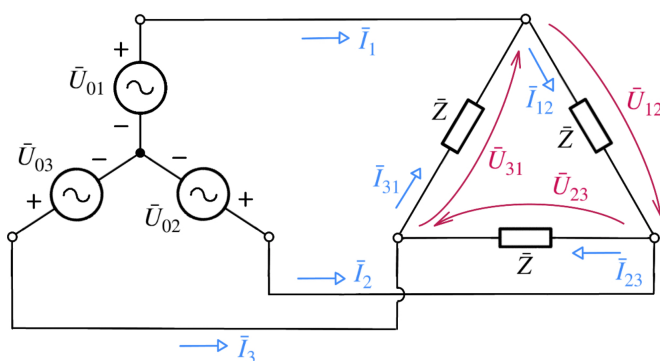


Trojfázová soustava Y- Δ , řešené příklady

Příklad 1:

Uvažujme symetrickou třífázovou soustavu v zapojení Y- Δ . Efektivní hodnota fázového napětí symetrického zdroje je $U_0 = 230$ V. Impedance každé fáze zátěže je $\bar{Z} = 50 \angle -40^\circ \Omega$. Vypočítejte napětí na fázích zátěže, proudy protékající jednotlivými fázemi zátěže, dále proudy síťovými vodiči a (celkový) činný výkon zátěže.



Řešení:

V zadání je uvedena efektivní hodnota fázového napětí zdroje. Předpokládáme symetrický třífázový zdroj, takže jednotlivá fázová napětí jsou fázově posunuta o 120° .

$$\bar{U}_{01} = 230 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{U}_{02} = 230 \angle -120^\circ \text{ V} \quad (1)$$

$$\bar{U}_{03} = 230 \angle 120^\circ \text{ V}$$

Na jednotlivých fázích spotřebiče jsou napětí sdružená. Lze je určit podle II. Kirchhoffova zákona o napětí v uzavřené smyčce.

$$\bar{U}_{12} = \bar{U}_{01} - \bar{U}_{02} = 230 \angle 0^\circ - 230 \angle -120^\circ = 398 \angle 30^\circ \text{ V}$$

$$\bar{U}_{23} = \bar{U}_{02} - \bar{U}_{03} = 230 \angle -120^\circ - 230 \angle 120^\circ = 398 \angle -90^\circ \text{ V} \quad (2)$$

$$\bar{U}_{31} = \bar{U}_{03} - \bar{U}_{01} = 230 \angle 120^\circ - 230 \angle 0^\circ = 398 \angle 150^\circ \text{ V}$$

Efektivní hodnota sdruženého napětí U je $\sqrt{3}$ -krát větší než efektivní hodnota fázového napětí U_0 .

$$U = \sqrt{3} U_0 = \sqrt{3} \cdot 230 = 398,37 \text{ V} \quad (3)$$

Jednotlivá sdružená napětí jsou proti sobě navzájem také posunuta o 120° . Pokud třífázové obvody počítáme častěji, hodí se zapamatovat si příslušné fázové posuny jednotlivých sdružených napětí a určovat je z efektivní hodnoty fázového napětí U_0 vynásobením $\sqrt{3}$.

Pokud známe napětí na jednotlivých fázích zátěže, můžeme pomocí Ohmova zákona vypočítat fázové proudy.

$$\begin{aligned}\bar{I}_{12} &= \frac{\bar{U}_{12}}{\bar{Z}} = \frac{398/30^\circ}{50/\underline{-40^\circ}} = 7,967/\underline{70^\circ} \text{ A} \\ \bar{I}_{23} &= \frac{\bar{U}_{23}}{\bar{Z}} = \frac{398/\underline{-90^\circ}}{50/\underline{-40^\circ}} = 7,967/\underline{-50^\circ} \text{ A} \\ \bar{I}_{31} &= \frac{\bar{U}_{31}}{\bar{Z}} = \frac{398/\underline{150^\circ}}{50/\underline{-40^\circ}} = 7,967/\underline{-170^\circ} \text{ A}\end{aligned}\tag{4}$$

Vzhledem k symetrii zátěže je samozřejmě možné spočítat pouze proud \bar{I}_{12} a ostatní dva proudy \bar{I}_{23} a \bar{I}_{31} určit jako proudy o stejné velikosti a fázovém posunu o -120° a 120° větším.

Síťové (tzn. sdružené) proudy můžeme vypočítat pomocí I. Kirchhoffova zákona pro proudy v uzlu, zde vycházíme z rovnic pro jednotlivé svorky zátěže.

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \bar{I}_{12} - \bar{I}_{31} = 7,967/\underline{70^\circ} - 7,967/\underline{-170^\circ} = 13,8/\underline{40^\circ} \text{ A} \\ \bar{I}_2 &= \bar{I}_{23} - \bar{I}_{12} = 7,967/\underline{-50^\circ} - 7,967/\underline{70^\circ} = 13,8/\underline{-80^\circ} \text{ A} \\ \bar{I}_3 &= \bar{I}_{31} - \bar{I}_{23} = 7,967/\underline{-170^\circ} - 7,967/\underline{-50^\circ} = 13,8/\underline{160^\circ} \text{ A}\end{aligned}\tag{5}$$

Díky symetrii je možné vypočítat jen proud prvním síťovým vodičem \bar{I}_1 , proudy \bar{I}_2 a \bar{I}_3 jsou oproti tomuto proudu fázově posunuté o -120° a 120° , velikost proudů je stejná. Pokud bychom potřebovali znát pouze velikost síťových proudů, lze ji určit jako $\sqrt{3}$ -násobek velikosti fázových proudů.

Dopočítáme činný výkon zátěže.

$$\begin{aligned}P &= U_{12}I_{12} \cos(\varphi_{12}) + U_{23}I_{23} \cos(\varphi_{23}) + U_{31}I_{31} \cos(\varphi_{31}) + = \\ &= 398 \cdot 7,967 \cdot \cos(-40^\circ) + 398 \cdot 7,967 \cdot \cos(-40^\circ) + 398 \cdot 7,967 \cdot \cos(-40^\circ) = \\ &= 7294 \text{ W}\end{aligned}\tag{6}$$

Pokud je zátěž symetrická, zjevně lze celkový činný výkon spočítat jako trojnásobek výkonu jedné fáze.

V případě symetrického obvodu lze také použít vztah, kde vystupují sdružené veličiny. Efektivní hodnotu napětí na fázích zátěže si můžeme označit jako U_f . Jde o velikost napětí \bar{U}_{12} , \bar{U}_{23} a \bar{U}_{31} , v našem případě je $U_f = 398,37 \text{ V}$. Toto napětí je zároveň sdruženým napětím, které označujeme U_s . Podobně si označíme I_f efektivní hodnotu proudu, který protéká fázemi zátěže. Jde tedy o velikost proudů \bar{I}_{12} , \bar{I}_{23} a \bar{I}_{31} . Zde je $I_f = 7,967 \text{ A}$. Sdružený (síťový) proud I_s je $\sqrt{3}$ -krát větší. Pro činný výkon zátěže pak můžeme napsat následující vztah.

$$P = 3U_f I_f \cos(\varphi) = 3U_s \frac{I_s}{\sqrt{3}} \cos(\varphi) = \sqrt{3}U_s I_s \cos(\varphi)\tag{7}$$

Index s se často nepíše, takže výsledný vztah má formu

$$P = \sqrt{3}UI \cos(\varphi) = \sqrt{3} \cdot 398,37 \cdot 13,8 \cdot \cos(-40^\circ) = 7294 \text{ W}\tag{8}$$

Poznámka: Výsledky výpočtů pocházejí z programu Matlab, případné odlišnosti ve výsledcích při počítání na kalkulačce jsou důsledkem zaokrouhlování a počítání s menším počtem desetinných míst.

Příklad 2:

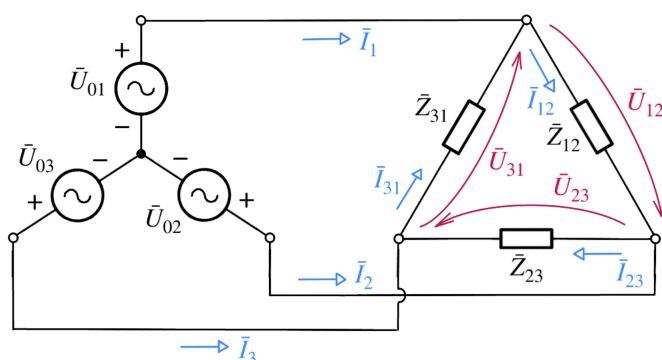
Uvažujme nesymetrickou třífázovou soustavu v zapojení Y- Δ . Efektivní hodnota fázového napětí symetrického zdroje je $U_0 = 100$ V. Nesymetrická zátěž v zapojení do trojúhelníka je tvořena impedancemi

$$\bar{Z}_{12} = 20 \angle -40^\circ \Omega.$$

$$\bar{Z}_{23} = 25 \angle 25^\circ \Omega.$$

$$\bar{Z}_{31} = 40 \angle 10^\circ \Omega.$$

Vypočítejte napětí na fázích zátěže, proudy protékající jednotlivými fázemi zátěže, dále proudy síťovými vodiči a (celkový) komplexní výkon zátěže.



Řešení:

Na fázích spotřebiče je sdružené napětí zdroje. Efektivní hodnota fázového napětí zdroje je $U_0 = 100$ V, efektivní hodnota sdruženého napětí bude větší:

$$U = \sqrt{3}U_0 = \sqrt{3} \cdot 100 = 173,2 \text{ V} \quad (9)$$

Napětí na fázích spotřebiče jsou tedy

$$\bar{U}_{12} = U \angle 30^\circ = 173,2 \angle 30^\circ$$

$$\bar{U}_{23} = U \angle -90^\circ = 173,2 \angle -90^\circ \quad (10)$$

$$\bar{U}_{31} = U \angle 150^\circ = 173,2 \angle 150^\circ$$

Nyní můžeme pomocí Ohmova zákona vypočítat fázové proudy v zátěži.

$$\bar{I}_{12} = \frac{\bar{U}_{12}}{\bar{Z}_{12}} = \frac{173,2 \angle 30^\circ}{20 \angle -40^\circ} = 8,660 \angle 70^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{23} = \frac{\bar{U}_{23}}{\bar{Z}_{23}} = \frac{173,2 \angle -90^\circ}{25 \angle 25^\circ} = 6,928 \angle -115^\circ \text{ A} \quad (11)$$

$$\bar{I}_{31} = \frac{\bar{U}_{31}}{\bar{Z}_{31}} = \frac{173,2 \angle 150^\circ}{40 \angle 10^\circ} = 4,330 \angle 140^\circ \text{ A}$$

Pomocí I. Kirchhoffova zákona pro proudy v uzlu vypočítáme sdružené (síťové) proudy:

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \bar{I}_{12} - \bar{I}_{31} = 8,660 \angle 70^\circ - 4,330 \angle 140^\circ = 8,252 \angle 40,5^\circ \text{ A} \\ \bar{I}_2 &= \bar{I}_{23} - \bar{I}_{12} = 6,928 \angle -115^\circ - 8,660 \angle 70^\circ = 15,574 \angle -112,2^\circ \text{ A} \\ \bar{I}_3 &= \bar{I}_{31} - \bar{I}_{23} = 4,330 \angle 140^\circ - 6,928 \angle -115^\circ = 9,071 \angle 92,5^\circ \text{ A}\end{aligned}\tag{12}$$

Komplexní výkon zátěže je součtem komplexních výkonů v jednotlivých fázích.

$$\begin{aligned}\bar{S} &= \bar{U}_{12} \cdot \bar{I}_{12}^* + \bar{U}_{23} \cdot \bar{I}_{23}^* + \bar{U}_{31} \cdot \bar{I}_{31}^* = 173,2 \angle 30^\circ \cdot 8,660 \angle -70^\circ + \\ &\quad + 173,2 \angle -90^\circ \cdot 6,928 \angle 115^\circ + 173,2 \angle 150^\circ \cdot 4,330 \angle -140^\circ = \\ &= 2993 \angle -6,3^\circ = 2975 - j 327 \text{ VA}\end{aligned}\tag{13}$$