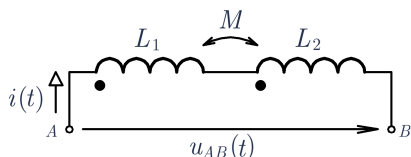
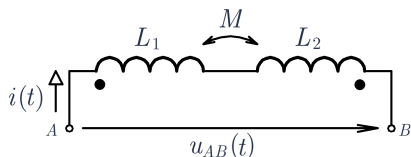


VZÁJEMNÁ INDUKČNOST – Příklady k procvičení

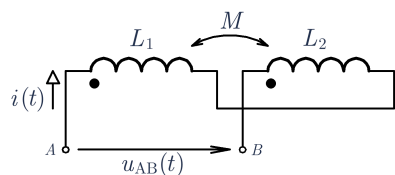
- 1) Na obrázku je zapojení dvou cívek, mezi nimiž existuje vzájemná vazba. Hodnoty prvků v obvodu jsou $L_1 = 200$ mH, $L_2 = 320$ mH, $M = 40$ mH.
- Stanovte ekvivalentní hodnotu indukčnosti, kterou lze nahradit uvedené zapojení.
 - Jaká je impedance zapojení při harmonickém průběhu proudu a frekvenci $\omega = 100$ s⁻¹ ?
 - Stanovte časový průběh napětí mezi svorkami A a B, pokud zapojením prochází proud $i(t) = 1,5 \sin(200t - 40^\circ)$ A.
 - Stanovte časový průběh napětí mezi svorkami A a B, pokud zapojením prochází proud $i(t) = 0,5 t^2$ A. *Poznámka: Jde o kvadratický nárůst proudu, rovnice popisuje, jak se proud v čase zvětšuje. Vztah mezi napětím a proudem na (ideální) cívce platí samozřejmě pořád stejný.*



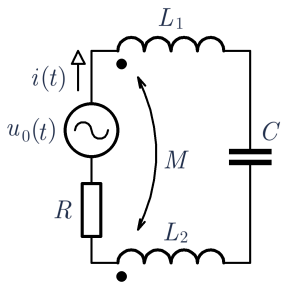
- 2) Na obrázku je zapojení dvou cívek, mezi nimiž existuje vzájemná vazba. Hodnoty prvků v obvodu jsou $L_1 = 650$ mH, $L_2 = 100$ mH, $M = 80$ mH.
- Stanovte ekvivalentní hodnotu indukčnosti, kterou lze nahradit uvedené zapojení.
 - Jaká je impedance zapojení při frekvenci $f = 50$ Hz?
 - Stanovte časový průběh napětí mezi svorkami A a B, pokud zapojením prochází proud $i(t) = 2,1 \cos(314,16 t - 24^\circ)$ A.
 - Stanovte časový průběh napětí mezi svorkami A a B, pokud zapojením prochází proud $i(t) = 0,2 t^3$ A. *Poznámka: Jde o kubický nárůst proudu, rovnice popisuje nárůst proudu v čase.*



- 3) Na obrázku je zapojení dvou cívek se vzájemnou vazbou. Hodnoty prvků jsou $L_1 = 2$ H, $L_2 = 800$ mH, $M = 0,2$ H.
- Stanovte časový průběh napětí mezi svorkami A a B, pokud zapojením prochází proud $i(t) = 4 t^2$ A.
 - Stanovte časový průběh napětí mezi svorkami A a B, pokud zapojením prochází proud $i(t) = \sin(100 t)$ A.
 - Stanovte časový průběh napětí mezi svorkami A a B, pokud zapojením prochází proud $I = 5$ A.



- 4) Určete impedanci obvodu vzhledem ke svorkám zdroje a časový průběh proudu v obvodu, hodnoty součástí jsou uvedeny níže. K řešení úlohy využijte symbolicko-komplexní metodu.



$$L_1 = 0,2 \text{ H}$$

$$L_2 = 0,5 \text{ H}$$

$$M = 0,1 \text{ H}$$

$$C = 10 \mu\text{F}$$

$$R = 400 \Omega$$

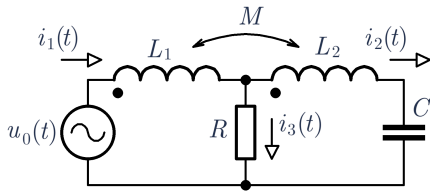
$$u_0(t) = 100 \sin(1000t) \text{ V}$$

$$\bar{Z}_0 = ?$$

$$\bar{I} = ?$$

$$i(t) = ?$$

- 5) Popište uvedený obvod pomocí Kirchhoffových zákonů. Rovnice napište
- v časové oblasti pro okamžité hodnoty proudů a napětí
 - v komplexním oboru s využitím SKM



Řešení:

1)

- a) $L_{AB} = 600 \text{ mH}$
 b) $\bar{Z}_{AB} = j 120 = 120 \angle 90^\circ \Omega$
 c) $u_{AB}(t) = 180 \cos(200t - 40^\circ) = 180 \sin(200t + 50^\circ) \text{ V}$
 d) $u_{AB}(t) = 0,6t \text{ V}$ (jde o lineární nárůst napětí)

2)

- a) $L_{AB} = 590 \text{ mH}$
 b) $\bar{Z}_{AB} = j 185,35 = 185,35 \angle 90^\circ \Omega$
 c) $u_{AB}(t) = -389,2 \sin(314,16t - 24^\circ) = 389,2 \cos(314,16t + 66^\circ) \text{ V}$
 d) $u_{AB}(t) = 0,354t^2 \text{ V}$ (jde o kvadratický nárůst napětí)

3)

- a) $u_{AB}(t) = 19,2t \text{ V}$
 b) $u_{AB}(t) = 240 \cos(100t) = 240 \sin(100t + 90^\circ) \text{ V}$
 c) $u_{AB}(t) = 0 \text{ V}$ (proud procházející zapojením je konstantní)

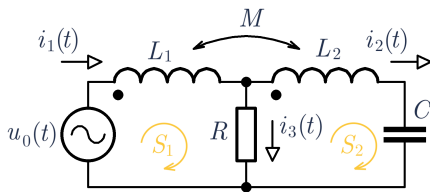
4)

$$\bar{Z}_0 = R + j\omega(L_1 + L_2 - 2M) - j\frac{1}{\omega C} = 400 + j400 = 400\sqrt{2} \angle 45^\circ = 565,7 \angle 45^\circ \Omega$$

$$\bar{I} = 0,125 \angle -45^\circ \text{ A (efektivní hodnota)}$$

$$i(t) = \frac{\sqrt{2}}{8} \sin(1000t - 45^\circ) = 0,1768 \sin(1000t - 45^\circ) \text{ A}$$

5)



Napětí na jednotlivých součástkách, časová oblast:

$$u_{L1}(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$u_{L2}(t) = L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M \frac{di_1(t)}{dt}$$

$$u_R(t) = R i_3(t)$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_2(\tau) d\tau + u_C(0)$$

Napětí na jednotlivých součástkách, SKM:

$$\bar{U}_{L1} = j\omega L_1 \bar{I}_1 + j\omega M \bar{I}_2$$

$$\bar{U}_{L2} = j\omega L_2 \bar{I}_2 + j\omega M \bar{I}_1$$

$$\bar{U}_R = R \bar{I}_3$$

$$\bar{U}_C = -j \frac{1}{\omega C} \bar{I}_2$$

Kirchhoffovy zákony pro okamžité hodnoty elektrických veličin:

$$i_1(t) - i_2(t) - i_3(t) = 0$$

$$u_{L1}(t) + u_R(t) - u_0(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt} + R i_3(t) - u_0(t) = 0$$

$$u_{L2}(t) + u_C(t) - u_R(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M \frac{di_1(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i_2(\tau) d\tau + u_C(0) - R i_3(t) = 0$$

Kirchhoffovy zákony, SKM:

$$\bar{I}_1 - \bar{I}_2 - \bar{I}_3 = 0$$

$$\bar{U}_{L1} + \bar{U}_R - \bar{U}_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad j\omega L_1 \bar{I}_1 + j\omega M \bar{I}_2 + R \bar{I}_3 - \bar{U}_0 = 0$$

$$\bar{U}_{L2} + \bar{U}_C - \bar{U}_R = 0 \quad \Rightarrow \quad j\omega L_2 \bar{I}_2 + j\omega M \bar{I}_1 - j \frac{1}{\omega C} \bar{I}_2 - R \bar{I}_3 = 0$$