Proudění plynu potrubím

Zatím jsme poznali ***objemové procesy*** jako ***makroskopické*** procesy, při kterých nastává přenos hmoty, případně energie či impulsu v prostoru (objemu) vyplněném plynem. Tyto jevy jsou principiálně založené na ***neuspořádaném pohybu*** velkého počtu částic plynu a z hlediska termodynamiky mohou dobře charakterizovat ***nevratné přirozené procesy***, pokud by přiváděly plyn do ***rovnovážného*** stavu.

Při studiu jevu ***difuze*** jsme počítali proud jednoho druhu molekul, přimísených do jiného plynu, a zjistili jsme, že je způsoben prostorovým ***spádem koncentrace*** těchto molekul, tedy rozdílnými koncentracemi na různých místech v prostoru (také lze říci, že na těchto místech jsou různé ***parciální tlaky*** tohoto druhu plynu) .

Stejně tak jistě vznikne proud molekul i v ***jednosložkovém plynu*** mezi místy různé koncentrace tohoto plynu, tedy mezi místy ***různých tlaků*** (například je do nějakého místa přidán plyn). Při tomto proudění se budou tlakové rozdíly postupně vyrovnávat, až po určité době nastane rovnovážný stav.

Při ***proudění plynu potrubím*** v technických aplikacích je ovšem ***tlakový rozdíl*** mezi počátkem a koncem potrubí uměle udržován činností nějakého stroje (vývěva, kompresor) a ***rovnovážný stav nenastane.***

Uveďme nejprve ***obecnější*** ***definici proudu plynu***:
Stejně jako u elektrického proudu je nutno stanovit nejprve plochu S (libovolnou spojitou) a dále množství plynu ***dM***, prošlé touto plochou v určitém smyslu (směru) za čas ***dt***.

Pak proud plynu definujeme jako ***množství plynu prošlé touto plochou S za jednotku času*** :

$$\boxed{q_m = \frac{dM}{dt}} \qquad \textit{proud plynu}$$

Pojem „***množství plynu***" je velmi obecný – můžeme ho charakterizovat buď ***hmotou plynu*** m, ***látkovým množstvím*** ν , ***počtem částic*** N , nebo ***objemem*** V .

Tomu pak odpovídají veličiny:

$$q_m = \frac{dm}{dt} \qquad [\,kg.s^{-1}] \qquad \textit{hmotnostní proud plynu}$$

$$q_\nu = \frac{d\nu}{dt} \qquad [\,mol.s^{-1}] \qquad \textit{proud látkového množství}$$

$$q_N = \frac{dN}{dt} \qquad [\,s^{-1}] \qquad \textit{částicový proud}$$

$$q_V = \frac{dV}{dt} \qquad [\,m^3.s^{-1}] \qquad \textit{objemový proud}$$

Využitím stavové rovnice lze jednoduše najít libovolné vzájemné ***převodní vztahy***, například :

$$q_N = \frac{dN}{dt} = \frac{d(nV)}{dt} = n\left(\frac{dV}{dt}\right) = n \cdot q_V$$

$$q_m = \frac{dm}{dt} = \frac{d(\nu M_{mol})}{dt} = M_{mol}\left(\frac{d\nu}{dt}\right) = M_{mol} \cdot q_\nu$$

Množství plynu se velmi často také charakterizuje ***součinem*** pV. Vzniká pak zajímavá veličina:

$$\boxed{q_{pV} = \frac{d(pV)}{dt}}$$ [$Pa.\ m^3.s^{-1}$]   **pV-proud plynu**

I v tomto případu můžeme pomocí stavové rovnice najít užitečné ***převodní vztahy***:

$$\boxed{q_{pV} = \frac{d(pV)}{dt} = p\left(\frac{dV}{dt}\right) = p \cdot q_V}$$ .... užívá se nejčastěji

$$q_{pV} = \frac{d(pV)}{dt} = \frac{d(\nu RT)}{dt} = RT\left(\frac{d\nu}{dt}\right) = RT \cdot q_\nu$$

Kromě jednotek soustavy SI se pro proudy plynu také používají i další jednotky, které studenti před několika lety označili výstižně:

Zábavné jednotky (Fun with the units)

Pro objemový proud plynu :

1 $l.s^{-1}$

1 $m^3.hod^{-1}$

1 *cumec* = 1 *cubic* meter *per second*

1 *cfs* = 1 *cubic* feet *per second*   1 *cfs* = 28,3169 $l.s^{-1}$

1 *cusec* = 1 *cubic* feet *per second*

1 *cfm* = 1 *cubic* feet *per minute*   1 *cfm* = 28,3169 $l.min^{-1}$

1 *cfh* = 1 *cubic* feet *per hour*

1 *lps* = 1 *liter per second*

Pozn.: Objemový proud plynu je používán prakticky všemi výrobci a dodavateli vakuových zařízení pro charakterizaci „vakuového výkonu“ jejich ***vakuových vývěv*** (první dvě jednotky jsou u nás nejobvyklejší).

A jednotky pro pV- proud plynu :

1 $Pa.l.s^{-1}$

1 $Pa.cm^3.s^{-1}$

1 $mbar.l.s^{-1}$

Nejzábavnější jednotkou je ale jistě:

1 sccm = 1 standard cubic centimeters per minute (standardní kubický centimetr za minutu)

Je to zdánlivě objemový proud plynu ale při standardním tlaku (1 *atm* = 101325 *Pa*) a při standardní teplotě (20 ºC, nebo 0 ºC) - je to tedy ve skutečnosti **pV-proud** a lze ho jednoduše převést v případě potřeby na vhodné jiné jednotky, např. :

$$1\ sccm = 1{,}68875\ Pa.l.s^{-1} \quad (20\ ºC)$$

Pozn.: Zatímco v pojetí ***normální teploty*** (20 ºC) a ***normálního (standardního) tlaku*** (1 *atm*) panuje všeobecná shoda, existuje bohužel mnoho rozdílů v definici ***standardní teploty*:**

podle světadílu a oblasti průmyslové aplikace nalezneme hodnoty nejen 20 ºC a 0 ºC , ale také 15 ºC, 23 ºC, 25 ºC. Při převodu na jiné jednotky tak může vzniknou chyba až 9 %

A analogické jednotky:

1 *scfm* = 1 *standard cubic* feet *per minute*

1 *scfh* = 1 *standard cubic* feet *per hour*

1 *scim* = 1 *standard cubic* inches *per minute*

1 *lusec* = 1 *liter per second at a pressure of one micrometer of mercury (micron)*

$$1\ lusec = 1\ l.\mu mHg.s^{-1} = 1\ l.\mu.s^{-1} = 1\ l.u.s^{-1} = 133{,}3\ Pa.cm^3.s^{-1}$$

Pozn.: Aby nedošlo k mylné záměně standardního a „obyčejného“ objemu, používá se někdy pro zdůraznění jednotek objemového toku tvar:

1 a*cfm* = 1 ***actual*** *cubic* feet *per minute*

D.cv.:

1) *Vyjádřete jednotku pV-proudu v soustavě SI pomocí jiných odvozených veličin a ohodnoťte vzniklý fyzikální smysl.*

2) *Uvažte, že běžný domácí **vysavač** se velmi podobá **vakuové vývěvě**. Je pak zajímavé, že výrobci vysavačů hodnotí kvalitu svého výrobku mj. uvedením tzv. **sacího výkonu**, u robotických vysavačů v jednotkách **Pa**, nebo **kPa** , u běžných podlahových a tyčových vysavačů v jednotkách **W** nebo **AW**, aniž většinou přesně vysvětlí význam těchto jednotek.*

*Student, který zná smysl slov **výkon** a **Pa** je jistě z těchto údajů zmatený – pokuste se proto **zjistit přesnou definici této veličiny a jaký má fyzikální význam** (pozor, není to jednoduché).*

Pokročme dále:

Při proudění plynu mají molekuly přídavnou rychlost ve směru pohybu proudu (rovnou rychlosti proudění u) a protože je plyn obklopen nehybnými stěnami potrubí, musí docházet k přenosu impulzu - podle výsledků z minulé kapitoly tedy v plynu existuje tření . Analogicky jako v klasifikaci procesů v minulé kapitole lze rozlišit dva extrémní a také nejdůležitější případy:

1) ***proudění viskózní (laminární)***

$\bar{l} << d$ ……. vyšší tlaky………. ex. spoj. funkce $\left(\frac{dv}{dz}\right)$ ……… vnitřní tření

2) ***proudění molekulární***

$\bar{l} >> d$ ………nižší tlaky …….. neex. spoj. funkce $\left(\frac{dv}{dz}\right)$……….vnější tření

Obecný popis proudění vyžaduje dosti obtížný matematický aparát, odvodíme proto pouze vztahy pro nejběžnější potrubí - ***trubice kruhového průřezu o poloměru r a délky l*** (a případně pro krátkou trubici – ***otvor***):

1. Viskózní proudění dlouhou trubkou ($\bar{l} << d$)

Plyn se podobá spojitému prostředí, molekuly se mnohokrát vzájemně srazí a změní svoji hybnost, než dopadnou na stěnu trubice (***vnitřní tření plynu***). Pro popis pohybu plynu v trubicí můžeme použít ***vrstvový model*** plynu a představit si, že se plyn pohybuje v určitých vrstvách přídavnou unášivou rychlostí ve směru proudu plynu. V důsledku třecích sil bude zřejmě ***největší rychlost*** u plynu v ose trubice; rychlost u stěn trubice bude ***minimální***. Jelikož je proud plynu ve válcové trubici válcově symetrický, mají vrstvy plynu pohybující se stejnou rychlostí ***tvar válcových tenkostěnných trubic.***

Zavedeme osu x ve směru poloměru trubky, s počátkem na ose trubice. Na plochu podstavy jedné takové vrstvy o poloměru x a tloušťce dx působí síla přímo úměrná ploše podstavy a rozdílu tlaků na počátku a konci potrubí :

$$F = 2\pi x \cdot dx \cdot (p_1 - p_2)$$

Dále musíme určit ***síly tření***, mezi naší vrstvou a oběma sousedními, tj. vnitřní a vnější vrstvou. Použijeme výsledky minulé kapitoly, že třecí síla je přímo úměrná ploše vrstvy, koeficientu dynamické viskozity (píšeme bez indexu) a gradientu unášivé rychlosti, který je kolmý na rovinu plochy vrstvy a směřuje do osy trubky. Síla tření na ploše naší vrstvy přilehlé k ***vnitřní*** sousední vrstvě tak bude :

$$F_1 = -2\pi x l\,\eta\,\frac{du}{dx}$$

(unášivá rychlost *u* klesá s rostoucím *x*)

Tato síla urychluje naši vrstvu a brzdí vnitřní sousední plochu, která se pohybuje rychleji. Analogicky síla tření působící na ploše naší vrstvy přilehlé ke vnější sousední vrstvě je :

$$F_2 = -2\pi l\,\eta(\,x + dx\,)\cdot\left(\frac{du}{dx} + \frac{d^2u}{dx^2}dx\right).$$

Tato síla brzdí naši vrstvu a urychluje pomaleji se pohybující vnější sousední vrstvu. Urychlující a brzdící síly musí být za ustáleného proudění ***v rovnováze*** :

$$F + F_1 - F_2 = 0$$

Po dosazení .

$$2\pi\cdot\left\{xdx(p_1 - p_2) - xl\eta\frac{du}{dx} \;+\; l\eta(x + dx)\cdot\left(\frac{du}{dx} + \frac{d^2u}{dx^2}dx\right)\right\} \;=\; 0.$$

Po vydělení 2π , po roznásobení, zanedbání členu s dx^2 a po vydělení dx dostaneme :

$$\eta\,l\frac{du}{dx} + \eta\,l\,x\frac{d^2u}{dx^2} = -x(p_1 - p_2)$$

Levou stranu můžeme upravit do tvaru :

$$\eta\,l\frac{d}{dx}\left(x\frac{du}{dx}\right) = -x(p_1 - p_2)$$

Po vydělení konstantami můžeme integrovat :

$$x\frac{du}{dx} = -\frac{x^2}{2\eta\,l}(p_1 - p_2) + C_1$$

Integrační konstanta je zřejmě nulová (proč ?), pak po vydělení *x* dostaneme :

$$\frac{du}{dx} = -\frac{x(p_1 - p_2)}{2\eta\,l}$$

Provedeme druhou integraci :

$$u = -\frac{x^2(p_1 - p_2)}{4\eta\,l} + C_2.$$

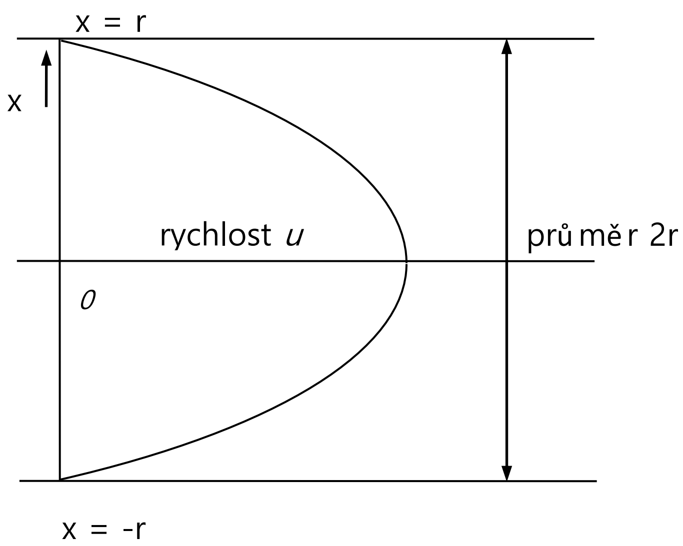
Při ***stěně trubice*** je rychlost proudící kapaliny velmi malá, položíme ji přímo rovnou nule, potom :

$$C_2 = \frac{r^2(p_1 - p_2)}{4\eta l}.$$

Dosazením získáme konečný výraz pro ***unášivou rychlost*** plynu – tedy ***rychlost proudění*** :

$$\boxed{u = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} \cdot \left(r^2 - x^2\right)}$$

Vidíme, že jde o kvadratickou závislost na vzdálenosti *x* od osy trubice, a je to parabola s vrcholem v ose trubky (viz obr.) :



Objem plynu, který projde průřezem trubky za jednotku času - ***objemový proud***, vypočítáme integrací součinu rychlosti plynu a příslušné plochy vrstvy plynu :

$$q_V = \int_0^r u 2\pi x.dx = \int_0^r \frac{p_1 - p_2}{4\eta l}\left(r^2 - x^2\right) 2\pi x dx = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} \cdot 2\pi \cdot \int_0^r \left(r^2 - x^2\right) x dx$$

Po integraci dostaneme .

$$\boxed{q_V = \frac{\pi r^4}{8\eta l}\left(p_1 - p_2\right)}$$

Hagen-Poiseulův zákon

Pro určení ***pV-proudu*** musíme ještě získaný výraz vynásobit tlakem, který se ovšem v trubce spojitě mění od hodnoty p_1 na vstupu do hodnoty p_2 na výstupu. Zřejmě nejjednodušší možností bude použít ***střední hodnotu tlaku*** v trubici, kterou vypočteme jako aritmetický průměr :

$$\boxed{p_{stř} = \frac{p_1 + p_2}{2}}$$

střední tlak v potrubí

Po vynásobení touto hodnotou tlaku tedy dostaneme vztah pro pV-proud plynu :

$$\boxed{q = \frac{\pi r^4}{8\eta l}\cdot\left(\frac{p_1 + p_2}{2}\right)\cdot(p_1 - p_2)}$$

pV-proud při viskózním proudění

Vidíme, že proud plynu vzrůstá se ***čtvrtou mocninou poloměru trubice***, je úměrný ***střednímu tlaku*** v potrubí a závisí na druhu plynu (koeficient viskozity).

Rovnice ovšem neplatí pro malé l**,** protože pro $l \to 0$ je $q \to \infty$, dokonce přestává platit už pro $l \approx r$. Dosti komplikovaný výpočet pro krátkou trubku (otvor ve stěně) ale nebudeme provádět.

Vztah pro pV-proud lze napsat formálně ve tvaru :

$$q = \frac{\pi r^4}{8\eta l}\cdot p_{stř}\cdot(p_1 - p_2) = C_{vis}\cdot(p_1 - p_2),$$

kde jsme označili :

$$\boxed{C_{vis} = \frac{\pi r^4}{8\eta l}\cdot p_{stř}}$$ $[\, m^3.s^{-1}]$ ***vodivost trubky při viskózním proudění***

(Povšimněte si jednotky vodivosti)

Vidíme, že vodivost trubky poloměru r a délky l je ***úměrná střednímu tlaku*** a čtvrté mocnině poloměru a závisí na druhu plynu.

Nejčastěji čerpáme vzduch při 20 $^{\circ}C$, pak je $\eta = 1{,}82\cdot 10^{-5}\,\mathrm{P}a.s$ a vodivost trubky za těchto podmínek je:

$$C_{vis} = 2{,}15\cdot 10^4\cdot\frac{r^4}{l}\cdot p_{stř}\,.$$

2. Molekulární proudění (za molekulární podmínky $\bar{l} >> d$, většinou postačuje $\bar{l} > d$)

K tomuto proudění dochází za molekulárních podmínek v plynu, při nichž je střední volná dráha větší než lineární rozměr systému. Za těchto podmínek plyn není možno považovat za spojitou látku, neboť prakticky nedochází k vzájemným srážkám a molekuly pohybující se trubicí mění svůj impuls pouze při srážkách se stěnami trubice (***vnější tření plynu***) a nelze proto použít vrstvový model.

Síla, která způsobuje proudění, je opět daná rozdílem tlaků a plochou, tentokrát celého průřezu potrubí (nelze už rozlišovat vrstvy).

$$F = \pi r^2\cdot(p_1 - p_2)$$

Proudění plynu brzdí třecí síla mezi plynem a vnitřní stěnou trubky, kterou vypočítáme z celkového impulsu, předávaného celé vnitřní ploše stěny molekulami za 1 času, přitom použijeme vztah pro částicový déšť a předpokládáme, že všechny molekuly mají stejnou přídavnou rychlost proudění u (která ovšem ovlivní použitou rovnovážnou střední rychlost molekul).

Uvažme ještě, že tlak plynu v trubce se spojitě mění od hodnoty $\boldsymbol{p_1}$ na vstupu do hodnoty $\boldsymbol{p_2}$ na výstupu, stejně tak (podle stavové rovnice) koncentrace plynu - proto veličina $\boldsymbol{n}$ musí mít smysl ***střední koncentrace plynu*** v potrubí :

$$F_1 = 2\pi r l \cdot \frac{1}{4} n\bar{v} \cdot mu = \frac{1}{2}\pi r l n\bar{v} \cdot mu$$

V ustáleném stavu se obě síly musí rovnat :

$$F = F_1$$

Tedy :

$$\pi r^2 (p_1 - p_2) = \frac{1}{2}\pi r l n\bar{v} \cdot mu$$

Vypočítáme rychlost molekul :

$$u = \frac{2r(p_1 - p_2)}{lmn\bar{v}}$$

Střední koncentraci plynu $\boldsymbol{n}$ v potrubí můžeme podle stavové rovnice nahradit středním tlakem, současně dosadíme za střední rychlost molekul :

$$p_{stř} = n \cdot k \cdot T \qquad\qquad \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

Dostaneme :

$$u = \frac{2r(p_1 - p_2)}{lmn\bar{v}} = \frac{2r(p_1 - p_2)}{lm} \cdot \frac{kT}{p_{stř}} \cdot \sqrt{\frac{\pi m}{8kT}} = \frac{r(p_1 - p_2)}{l\, p_{stř}} \cdot \sqrt{\frac{\pi kT}{2m}}$$

Objem plynu, který projde průřezem trubky za jednotku času (objemový proud), vypočítáme jako součin rychlosti plynu a průřezu :

$$q_V = \pi r^2 \cdot u = \frac{\pi r^3}{l} \cdot \frac{p_1 - p_2}{p_{stř}} \cdot \sqrt{\frac{\pi kT}{2m}}$$

Po vynásobení středním tlakem v trubici pak dostaneme vztah pro pV-proud plynu :

$$q = p_{stř} \cdot q_V = \frac{\pi r^3}{l} \cdot (p_1 - p_2) \cdot \sqrt{\frac{\pi kT}{2m}}$$

Přesný výpočet, který vezme v úvahu, že plyn není v termodynamické rovnováze - molekuly konají kromě neuspořádaného pohybu ještě pohyb přídavnou rychlostí ***u***) - pouze nahradí číslo ***π*** konstantou **8/3** , tedy bude :

$$\boxed{q = \frac{8}{3}\cdot\frac{r^3}{l}\cdot(p_1 - p_2)\cdot\sqrt{\frac{\pi kT}{2m}}}$$

pV-proud při molekulárním proudění

Vidíme, že proud plynu závisí na teplotě a na druhu plynu (a nezávisí na jeho viskozitě a na ***středním tlaku***), na rozdíl od viskózního proudění je úměrný pouze třetí mocnině poloměru trubice.

To má za následek, že týmž potrubím ***proudí při nízkých tlacích mnohem méně plynu***, než při tlacích vyšších.

Vztah pro pV-proud lze opět napsat ve tvaru :

$$q = C_{vis}\cdot(p_1 - p_2),$$

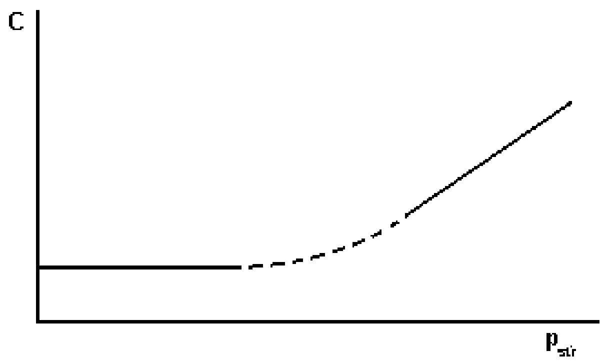
kde jsme označili :

$$\boxed{C_{vis} = \frac{8}{3}\cdot\frac{r^3}{l}\cdot\sqrt{\frac{\pi kT}{2m}}}$$

vodivost trubky při molekulárním proudění

Vodivost trubky nyní ***nezávisí na tlaku***, je úměrná pouze r^3, závisí na teplotě a druhu plynu.

Graficky – v celém oboru tlaků :



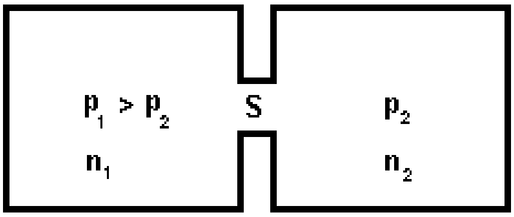
Pro vzduch při $20\,^{\circ}C$, (hmotnost molekuly $m = 4{,}82\cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg}$), dostáváme:

$$C_{mol} = 968{,}5\cdot\frac{r^3}{l}.$$

Získané vztahy opět neplatí pro krátké trubky.

Proud plynu krátkou trubkou – vlastně otvoru – je však možno u molekulárního proudění odvodit velmi snadno:

2 a). Molekulární proudění otvorem v přepážce



Při znalost veličiny částicový déšť snadno určíme počty částic dopadající za jednotku času na otvor plochy S :

zleva dopadne $\left(\frac{1}{4}n_1\bar{v}S\right)$ a zprava $\left(\frac{1}{4}n_2\bar{v}S\right)$

Tedy přes plochu S teče zleva doprava ***částicový proud*** daný rozdílem obou výrazů :

$$q_N = \frac{1}{4}(n_1 - n_2)\bar{v}S.$$

Dosadíme za koncentrace ze stavové rovnice a známý vztah pro střední rychlost:

$$q_N = \frac{1}{4}\cdot\left(\frac{p_1}{kT} - \frac{p_2}{kT}\right)\cdot\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}\cdot S = \frac{S}{\sqrt{2\pi mkT}}(p_1 - p_2)$$

A pro kruhový otvor bude:

$$q_N = \frac{\pi r^2}{\sqrt{2\pi mkT}}(p_1 - p_2)$$

Vytvoříme pomocí stavové rovnice obecný vztah pro ***převod částicového proudu*** na pV-proud:

$$q = q_{pV} = \frac{d(pV)}{dt} = \frac{d(nkTV)}{dt} = kT\cdot\frac{d(nV)}{dt} = kT\cdot\left(\frac{dN}{dt}\right) = kT\cdot q_N$$

Tedy:

$$q = kT\cdot q_N = kT\frac{\pi r^2}{\sqrt{2mkT\pi}}(p_1 - p_2)$$

A výsledek bude :

$$\boxed{q = \pi r^2 \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} \cdot (p_1 - p_2)}$$

pV-proud otvorem při molekulárním proudění

Vztah pro pV-proud lze tedy opět napsat ve tvaru :

$$q = C_{EF} \cdot (p_1 - p_2),$$

kde jsme označili :

$$\boxed{C_{EF} = \pi r^2 \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}}$$

efúzní vodivost otvoru

Efúzní vodivost otvoru nezávisí na tlaku, pouze na teplotě a druhu plynu (je vyšší pro lehčí plyny), je úměrná ploše otvoru, tedy pouze kvadrátu poloměru otvoru.

Pro vzduch ($m = 4{,}82 \cdot 10^{-26}\,kg$) a $20\,^{\circ}C$:

$$C_{EF} = 363 \cdot r^2\ m^3.s^{-1}.,$$

D.cv.: Přepočítejte tuto efúzní vodivost na otvor velikosti **$1\ cm^2$** , která se často používá k ***odhadu vodivosti otvorů*** a také dovoluje ***odhadnout čerpací rychlost vývěvy*** z plochy jejího vstupního otvoru :

$$\boxed{C_{EF}^{(1)} = 11{,}6\ l.s^{-1}.cm^{-2}.}$$

Efúzní vodivost je ***nejmenší*** ze všech uvedených vodivostí ($\approx r^2$), tedy vodivost otvorů (štěrbin) za molekulárních podmínek je malá, což lze někdy ***využít při konstrukci*** vakuových zařízení.

Dále si povšimněte, že všechny získané vztahy pro proud plynu mají tvar:

$$\boxed{q = C \cdot (p_1 - p_2)}$$

který je podobný ***Ohmovu zákonu*** pro elektrický proud :

$$\boxed{I = \left(\frac{1}{R}\right) \cdot U}$$

kde : $\frac{1}{R}$ je elektrická vodivost a $U = \varphi_1 - \varphi_2$ je rozdíl potenciálů.

Je proto možné analogicky definovat veličinu ***(vakuový) (plynový) odpor potrubí***, který bude mít např. pro vzduch hodnotu :

$$R_{vis} = \frac{1}{C_{vis}} = \frac{8\eta l}{\pi r^4 p_{stř}} = \frac{1}{2{,}158 \cdot 10^4} \cdot \left(\frac{l}{r^4 p_{stř}}\right) = 4{,}63 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{l}{r^4 p_{stř}}\right)$$

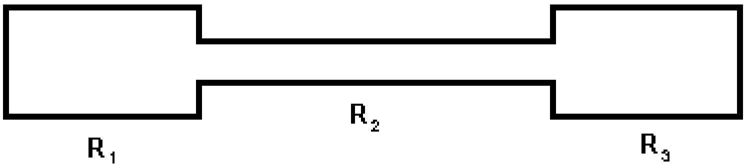
$$R_{mol} = \frac{1}{C_{mol}} = \frac{3}{8} \cdot \frac{l}{r^3} \cdot \sqrt{\frac{2m}{\pi kT}} = \frac{1}{968{,}5} \cdot \left(\frac{l}{r^3}\right) = 1{,}03 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{l}{r^3}\right)$$

$$R_{EF} = \frac{1}{C_{EF}} = \frac{1}{\pi r^2} \cdot \sqrt{\frac{2\pi m}{kT}} = \frac{1}{363} \cdot \left(\frac{1}{r^2}\right) = 2{,}75 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{1}{r^2}\right)$$

Velmi významná je pak platnost ***Kirchhoffových zákonů*** pro proudění plynu potrubím :

1) při sériovém spojení potrubí se sčítají odpory jednotlivých částí potrubí:

$$\boxed{R = R_1 + R_2 + R_3}$$



A speciálně:

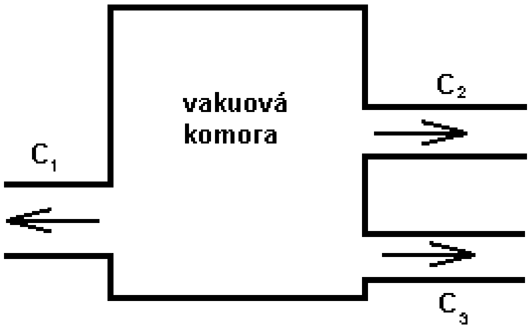
I odpor jediné trubky je vlastně součet molekulárního odporu trubky a efúzního odporu vstupního otvoru:

$$R_{mol}^{tr} = R_{ef} + R_{mol} = \frac{1}{\pi r^2} \cdot \sqrt{\frac{2\pi m}{kT}} + \frac{3}{8} \cdot \frac{l}{r^3} \cdot \sqrt{\frac{2m}{\pi kT}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2m}{\pi kT}} \cdot \left(\frac{1}{r^2} + \frac{3}{8} \cdot \frac{l}{r^3}\right) = 2{,}75 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{1}{r^2}\right) + 1{,}03 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{l}{r^3}\right)$$

2) a při paralelním spojení potrubí se sčítají vodivosti jednotlivých potrubí:

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + C_3}$$



Tyto vlastnosti lze pak dobře využít při konstrukci vakuových aparatur.

D.cv.:

Ve výše uvedené souvislosti proudu plynu a elektrického proudu vidíme také analogii elektrického ***potenciálu*** a mechanického ***tlaku***.

Mají tyto dvě veličiny nějakou společnou fyzikální vlastnost (kromě toho, že vystupují ve formálně podobných matematických rovnicích) ?
