zasahovali. Někdy však, zvláště na konci Části II a Části IV, jsme spojili dohromady poznámky o tomtéž tématu, které se vyskytovaly na různých místech v rukopisech.

Obsah a index mají čtenáři pomoci přehlédnout celek a také usnadnit vyhledání odpovídajících stránek. Vydavatelé sami jsou odpovědni za dělení materiálu podle témat v obsahu.

I
Circa 1937-1938

1. Používáme výraz: 'tyto přechody (die Übergänge) jsou určeny vzorcem...'. Jak se to používá? - Mohli bychom mluvit třeba o tom, že lidé byli dovedeni výchovou (výcvikem) k tomu, aby používali vzorec $y = x^2$ tak, že všichni dostanou touž hodnotu y, dosadí-li za x totéž číslo. Anebo bychom mohli říci: 'Tito lidé jsou vycvičeni tak, že všichni na povel '+3' provedou na stejném stupni týž přechod.' Mohli bychom to vyjádřit takto: "Povel '+3' určuje pro tyto lidi plně každý přechod od jednoho čísla k dalšímu." (To v protikladu k jiným lidem, kteří neví, co mají při takovém povelu dělat, anebo na něj reagují sice s jistotou, ale každý jiným způsobem.)

Z druhé strany můžeme proti sobě postavit různé druhy vzorců a jim odpovídající různé způsoby použití (různé způsoby výcviku). Pak vzorce určitého druhu (s příslušným způsobem použití) *nazýváme* 'vzorci, které určují číslo y pro dané x', a vzorce jiného druhu *nazýváme* vzorci, 'které neurčují číslo y pro dané x'. ($y = x^2 + 1$ patří k prvnímu druhu, $y > x^2 + 1$, $y = x^2 \pm 1$, $y = x^2 + z$ k druhému). Věta: 'Vzorec... určuje číslo y' je pak výpovědí o tvaru vzorce - a je třeba nyní odlišit větu 'Vzorec, který jsem napsal, určuje y', anebo 'Zde je vzorec, který určuje y' od věty jako 'vzorec $y = x^2$ určuje číslo y pro dané x'. Otázka 'Je to vzorec, který určuje y?' znamená pak totéž jako otázka 'Je to vzorec tohoto či onoho druhu?'; avšak co si máme počít s otázkou: 'Je $y = x^2$ vzorec, který určuje y pro zadané x?' - není samo o sobě jasné. Tuto otázku by bylo možno položit např. žákovi, abychom si ověřili, zda rozumí používání výrazu 'určovat'; anebo by to mohla být matematická úloha na zjištění toho, zda se na pravé straně nachází pouze jedna proměnná, jako např. v případě $y = (x^2 + z)^2 - z(2x^2 + z)$.

2. 'To, jak je vzorec míněn, určuje, jaké přechody se mají udělat.' Co je však kriteriem toho, jak je vzorec míněn? Způsob, jakým vzorec stále používáme, je zřejmě způsobem, jakým jsme byli učeni jej používat.

Tak např. tomu, kdo používá pro nás neznámý znak, řekneme: 'Jestliže chápeš $x!2$ jako x^2 pak dostaneš *tuto* hodnotu pro y, a jestliže tím míníš $\sqrt{x}$, pak *tamtu*.' - A teď se zeptejte sami sebe: Jak dochází k tomu, že '$x!2$' *míníme* jednu či druhou věc.

Tak může být tedy předem určen význam přechodů.

3. *Jak vím*, že při sledování řady +2 musí napsat

'20004, 20006'

a nikoli

'20004, 20008'?

(Podobná otázka: 'Jak vím, že je tato barva červená?')

'Ale přece víš, že se např. na místě jednotek musí objevovat *táž* řada číslic: 2, 4, 6, 8, 0, 2, 4, atd.' - Zcela správně! tento problém se musí objevit už v této řadě číslic, a dokonce i v *této*: 2, 2, 2, 2, atd. - Neboť jak vím, že po pětisté '2' se má napsat '2'?, že totiž na tomto místě je '2' 'tou stejnou číslicí'? A vím-li to *předem*, jak mi toto vědění pomůže později? Tím míním toto: jak vím, má-li se tento krok uskutečnit, co si počít s touto dřívější znalostí?

(Je-li k pokračování v řadě +1 třeba intuice, pak je jí třeba i k pokračování v řadě +0.)

'Chceš snad říci, že tě výraz '+2' nechává na pochybách ohledně toho, co máš napsat např. po 20004?' - Ne; bez zaváhání odpovím '20006'. Ale proto je zbytečné, že to bylo už dříve stanoveno. To, že nemám pochybnosti, objeví-li se tato otázka, neznamená, že už byla předem zodpovězena.

'Ale vím přece také, že - ať už je mi dáno jakékoli číslo - mohu následující číslo určit s naprostou jistotou.' - Vyloučen je zajisté případ, že zemřu dříve než k tomu dojde, a mnoho jiných případů. Avšak to, že jsem si tak jist, že budu moci pokračovat, je přirozeně velmi důležité. -

4. 'V čem pak spočívá zvláštní neúprosnost (Unerbittlichkeit) matematiky?' - Nebylo by dobrým příkladem neúprosnosti to, že po jedničce následuje dvojka, po dvojce trojka, atd.? - To ale přece znamená: následuje v řadě *základních (kardinálních) čísel*; neboť v jiné řadě následuje něco jiného. A není tato řada definována právě tímto následováním? - 'Má to znamenat, že je stejně správné, jakým způsobem se jednotky počítají, a že každý může počítat tak, jak se mu zachce?' - Asi bychom nenazývali počítáním to, kdyby kdokoli vyslovoval *jakkoli* za sebou čísla; není to však prostě jen otázka pojmenování. Neboť to, co nazýváme 'počítáním' je přece důležitou součástí aktivity našeho života. Počítání a vypočítávání není přece - např. - jen zábavou. Počítání (a to znamená: počítání *tímto* způsobem) je technikou, kterou používáme denně v rozmanitých činnostech našeho života. A proto se učíme počítat tak, jak se to učíme: nekonečným cvičením s nemilosrdnou (erbarmungsloser) přesností; proto se trvá neúprosně na tom, že všichni říkáme po 'jedničce' 'dvě', po 'dvojce' 'tři' atd. - 'Ale toto počítání je jen *zvykem*; neodpovídá však této posloupnosti nějaká pravda?' *Pravdou* je to, že se toto počítání osvědčilo. "Chceš tedy říci, že 'být pravdivým' znamená být použitelným (či užitečným)?" - Ne; nýbrž to, že o přirozené řadě čísel - právě tak jako o našem jazyce - nelze říci, že je pravdivá, nýbrž že je použitelná, a především to, že *se používá*.

5. 'Neplyne však s logickou nutností, že dostaneš dvojku, přičteš-li jedničku k jedničce a trojku, přičteš-li jedničku ke dvojce, atd.?'; a není tato neúprosnost táž, jako je tomu u logického závěru? - Ano! je táž. - 'Avšak neodpovídá-li pak logickému závěru nějaká pravda? Není *pravdivým* to, co z toho plyne?' Věta: 'je pravda, že z tohoto plyne toto', znamená prostě, že

to z toho plyne. A jak tuto větu používáme? - A co by se stalo, kdybychom vyvodili něco jiného - jak bychom se vypořádali s pravdou v konfliktu?

Jak bychom se vypořádali s pravdou v konfliktu, kdyby naše metry byly udělány z velice měkké gumy místo ze dřeva a oceli? 'To bychom nemohli zjistit správné rozměry stolu.' - Myslíš, že bychom nemohli - aspoň ne spolehlivě - naměřit *to* číslo, které získáváme našimi pevnými měřítky. Bylo by nesprávné změřit stůl naším natahovacím měřítkem a pak říci, že měří 1.80*m* podle našich obvyklých způsobů měření; říci však, že stůl měří 1.80*m* podle našeho způsobu měření, je ovšem správné. - 'Ale to pak není vůbec žádné měření!' - Podobá se našemu měření a může plnit za určitých okolností 'praktické cíle'. (Obchodník takto může různě obsluhovat různé zákazníky.)

Měřítko, které se při nepatrném zahřátí velmi silně prodlouží, bychom proto nazvali - za obvyklých okolností - *nepoužitelným*. Mohli bychom si ale představit okolnosti, u nichž by právě toto bylo žádoucí. Představuji si, že můžeme toto prodloužení vnímat pouhým okem, a že připisujeme touž numerickou délku tělesům v místnostech s různými teplotami, měříme-li totéž pravítkem, které se zdá našemu oku tu delší, tu kratší.

Pak lze říci: To, co se zde nazývá 'měření' a 'délka' a 'stejná délka' je něčím jiným, než to, co tak nazýváme my. Použití těchto slov je zde jiné než naše; je však s ním *spřízněno*, a my také používáme tato slova rozličnými způsoby.

6. Musíme si vyjasnit, v čem spočívá vyvozování. Mohli bychom třeba říci, že spočívá v přechodu od jednoho tvrzení k jinému. Znamená to však, že je vyvozování něčím, co se uskutečňuje při přechodu od jednoho tvrzení k jinému, tedy *před* tím, než je toto druhé vysloveno - anebo že vyvozování spočívá v tom, že se nechá jedno tvrzení následovat za druhým, tj. např. po jeho vyslovení? Svedeni zvláštním použitím slovesa 'vyvozovat' si ochotně představujeme, že vyvozování je zvláštní činností, postupem v mediu porozumění, jako by šlo o páry při vaření, z nichž se vynořuje závěr. Podívejme se však, co se při tom děje! - Je zde přechod od jedné věty k větě jiné cestou přes jiné věty, tedy řetězcem vyvozování; o něm však nemusíme mluvit, protože předpokládá jiný druh přechodu, totiž od jednoho článku řetězu k následujícímu. Postup přechodu se může uskutečňovat jen mezi články řetězu. Na tomto postupu není nic tajemného; je to odvozování jednoho větného znaku z jiného podle nějakého pravidla, porovnání obou s nějakým paradigmatem, představujícím pro nás schema přechodu; anebo něčím tomu podobným. Může to probíhat na papíře, ústně anebo 'v hlavě'. Závěr může však být také vyvozen tak, že se vysloví věta, bez přechodu, po větě jiné; anebo přechod může spočívat jen v tom, že řekneme 'Tedy' anebo 'Z toho plyne', anebo něco podobného... Nazýváme to 'závěrem', *lze-li* vyvozenou větu opravdu v premis vyvodit.

7. Co to však znamená, že *lze* vyvodit jednu větu z věty jiné prostřed-

nictvím nějakého pravidla? Nelze vyvodit cokoli z čehokoli prostřednictvím *nějakého* pravidla - anebo pomocí *určitého* pravidla s odpovídající interpretací? Co to znamená, řeknu-li např.: toto číslo lze získat násobením těchto dvou čísel? Je to pravidlo, které říká, že toto číslo musíme dostat, jakmile ona dvě čísla vynásobíme *správně*; a toto pravidlo můžeme získat tak, že ona dvě čísla vynásobíme, anebo také jiným způsobem (ačkoli každý postup, vedoucí k tomuto výsledku, můžeme nazývat 'násobením'). Říkáme, že jsem násobil, jestliže jsem provedl násobení 265 × 463, ale také když řeknu: '4 krát 2 je 8', ačkoli zde k součinu nevedl žádný výpočetní postup (to bych však také mohl *vypočítat*). A tak říkám také, že byl vyvozen závěr i tam, kde nebyl vypočítán.

8. Přesto ale mohu vyvozovat jen to, co skutečně *vyplývá*! - Má to znamenat: pouze to, co vyplývá podle vyvozovacích pravidel; anebo to má znamenat: jen to, co plyne podle *takových* vyvozovacích pravidel, která nějak souhlasí se skutečností? Zde máme na mysli vágním způsobem to, že tato skutečnost je něčím velmi abstraktním, velmi obecným a velmi pevným. Logika je něco jako ultra-fyzika, je popisem 'logické stavby' světa, který vnímáme určitým způsobem ultra-zkušenosti (třeba rozumem). Máme na mysli třeba závěry jako: 'Kamna kouří, tedy je třeba znovu upevnit rouru'. (A *takto* se tento závěr vyvozuje! Nikoli takto: 'Kamna kouří a kdykoli kamna kouří, je třeba upevnit rouru; tedy...'.)

9. To, co nazýváme 'logickým závěrem' je transformací výrazu. Např. převod jedné míry na jinou. Na okraji jednoho měřítka jsou vyznačeny palce, na jiném centimetry. Změřím stůl v palcích a pak přejdu *na měřítku* na *cm*. - A samozřejmě je při takovém převodu jedné míry na druhou správnost a chybnost: avšak s jakou skutečností souhlasí ta správnost? Zřejmě s *dohodou*, anebo *použitím*, či snad s praktickými potřebami.

10. "Nesmím pak ale - např. - vyvodit z '$(x).fx$' 'fa' *když* '$(x).fx$' je míněno tak, jak to míníme?" - Jak se projevuje to, *jak* to míníme? Nepochází to z trvalé praxe jeho používání? - a třeba ještě pomocí určitých *gest* - a toho, co se tomu podobá. - Je to ale tak, jako by bylo ke slovu 'všechno' ještě něco připojeno, jestliže jej říkáme *my*, něco s čím je jiné použití neslučitelné; totiž *význam*." 'Všechno' znamená přece: *všechno*!" řekneme, když to máme vysvětlit; a děláme přitom určitá gesta a určitým způsobem se tváříme.

Pokácej všechny tyto stromy! - Nerozumíš, co to znamená '*všechny*'? (Nechal totiž jeden *jeden* stát.) Jak se naučil, co znamená 'všechny'? Přece cvičením. - A toto cvičení ovšem nezpůsobilo jen to, že na povel *činí toto*, - nýbrž i to, že je toto slovo obklopeno množstvím obrazů (vizuálních i jiných), z nichž se vytvoří jeden či druhý obraz, uslyšíme-li toto slovo. (A máme-li sdělit, co je to 'význam slova', sáhneme nejprve k *nějakému* obrazu z této masy - a pak jej odvrhneme jako nepodstatný, uvidíme-li, že se vynořuje tu ten, tu onen, a někdy žádný obraz.)

Význam 'všechno' se učíme tím, že z '$(x).fx$' plyne 'fa'. - Cvičení v po-

užívání tohoto slova pro naučení se jeho významu směřují vždy k tomu, aby nebylo možno udělat výjimku.

11. Jak se tedy *učíme* vyvozování? Anebo se mu neučíme?

Ví dítě, že z dvojitého popření plyne kladné tvrzení? - A jak se o tom *přesvědčuje*? Zřejmě tím, že se mu předvede postup (dvojité obrácení, dvojnásobné otočení o 180° apod.), které pak přijme jako obraz popření.

A smysl '$(x).fx$' vyjasňujeme tvrzením, že z toho plyne 'fa'.

12. "Ze 'všechno', je-li *takto* míněno, musí *to* přece plynout." - Když je míněno *jak*? Přemýšlej, jak to míníš? Zde se ti vybavuje možná ještě jeden obraz - a víc toho nemáš. - Ne, *nemusí*, ale *plyne*: My *uskutečňujeme* tento přechod.

A říkáme: Kdyby to neplynulo, pak by to prostě nebylo *všechno* - a to ukazuje pouze, jak v takové situaci reagujeme slovy. -

13. Napadá nás, že kromě *užití* slova 'všechno' se musí změnit ještě něco jiného, nemá-li už z '$(x).fx$' plynout 'fa'; něco, co se pojí s tímto slovem samým.

Nepodobá se to tomu, jako když řekneme: 'Kdyby tento člověk jednal jinak, musela by být jeho povaha jiná.' A tohle může znamenat něco v některých případech a nic v jiných. Říkáme: 'z povahy plyne způsob jednání', a tak plyne z významu užití.

14. To ti ukazuje - mohlo by se tak říci - jak pevně jsou spjata jistá gesta, obrazy, reakce s neustále cvičeným užíváním. 'Vtírá se nám obraz...' Je velmi zajímavé, že obrazy se nám *vtírají*. A kdyby tomu tak nebylo, jak by nám mohla věta jako 'What's done cannot be undone'[1] něco říkat?

15. Je důležité, že v našem jazyku - v našem přirozeném jazyku - je 'všechno' základním pojmem a 'vše kromě jednoho' je méně základní; tzn. není pro to *jedno* slovo a také pro to není žádné charakteristické gesto.

16. *Vtip* slova 'všechno' je ten, že nepřipouští žádnou výjimku. - Ano, to je vtip jeho použití v našem jazyku; ale jaké způsoby použití pociťujeme jako 'vtip', to závisí na tom, jakou úlohu hraje toto použití v našem celém životě.

17. Na otázku, v čem tedy spočívá vyvozování, uslyšíme třeba toto: 'Uznám-li pravdivost věty..., pak jsem oprávněn napsat...' - V jakém smyslu oprávněn? Předtím jsem neměl právo to napsat? - 'Tyto věty mne přesvědčují o pravdivosti této věty.' Ale o to přirozeně také nejde. - 'Podle těchto zákonů uskutečňuje duch zvláštní činnost logického vyvozování.' To je jistě zajímavé a důležité; ale je to také pravdivé? Vyvozuje duch vždy podle *těchto* zákonů? A v čem spočívá zvláštní činnost vyvozování? - Proto je nutné ukázat, jak uskutečňujeme v jazykové praxi závěry; jakým postupem je vyvozování v jazykové hře?

V nějakém předpise např. stojí: 'Všichni, kdo jsou vyšší než 1.80*m*,

[1] V německém textu anglicky; znamená 'Co se stalo, nemůže se odestát'. Pozn. př.

se např. - jak by mohl říci někdo další - někdo *přehlédne* a nenakreslí jednu z přiřazovacích čar. Připouštím, že v obrovské většině případů se dostane vždy týž výsledek, a pokud se nedostane, pak tomu něco zabránilo. A kdyby tomu tak nebylo, pak by celý důkaz ztratil půdu pod nohama. Rozhodujeme se totiž používat namísto přiřazení skupin obraz důkazu: *ne*přiřazujeme je, nýbrž *místo toho* tyto skupiny porovnáváme se skupinami důkazu (v němž jsou ovšem obě skupiny navzájem přiřazeny.)

32. Jako výsledek důkazu bych také mohl říci: 'Od nynějška se R a P nazývají 'stejně početné'.'

Anebo: Důkaz *nezkoumá* podstatu obou obrazců, nýbrž vyjadřuje to, co od nynějška budu zahrnovat do podstaty těchto obrazců. - Co patří k podstatě, zařazuji mezi paradigmata jazyka.

Matematik tvoří *podstatu*.

33. Řeknu-li: 'Tato věta plyne z oné věty', je to uznání pravidla. Je to uznání *na základě* důkazu. Tzn. že přijmu tento řetězec (vzor) jako *důkaz*. - 'Ale nemohl bych jinak!' *Nemusím* to přijmout?'- Proč říkáš, že bys musel? Přece proto, že v závěru důkazu říkáš: 'Ano - musím tento závěr uznat'. To je ale přece výraz tvého bezpodmínečného uznání.

Tzn., domnívám se, že se slova 'Toto musím připustit' používají ve *dvojím* případě: když jsme získali důkaz - ale také ve vztahu k jednotlivým krokům důkazu samého.

34. A v čem se projevuje to, že mne důkaz *donucuje* (zwingt)? Přece v tom, že postupuji tak a tak, a že se mi příčí jít jinou cestou. Jako poslední argument proti tomu, kdo by takto jít nechtěl, bych už jen řekl: 'Copak nevidíš...!' - a to přece není argument.

35. 'Ale, máš-li pravdu, jak dochází k tomu, že všichni lidé (anebo aspoň všichni normální lidé) uznávají tyto vzory za důkazy těchto vět?'- Ano, zde panuje velká - a zajímavá - všeobecná shoda.

36. Pomysli si, že bys měl před sebou řadu kuliček; očísluješ je arabskými číslicemi a to od 1 do 100; pak uděláš po každé desítce velký rozestup a pak menší rozestup v každé desítce uprostřed - takže bude po pěti na každé straně; to učiní 10 přehlednou; teď vezmeš desítky a dáš je pod sebe a uprostřed sloupce uděláš větší rozestup, tedy mezi pěti řadami a pěti řadami; a teď očísluješ tyto řady od 1 do 10. - S kuličkami se jakoby prováděla pořadová cvičení. Mohu říci, že jsme vyjevili vlastnosti stovky kuliček. - Teď si ale pomysli, že by byl celý tento postup, tento pokus se stovkou kuliček, nafilmován. Na plátně teď nevidím přece experiment, neboť obraz experimentu není přece sám experimentem. - Ale to, co je 'matematicky podstatné' v tomto postupu vidím i nyní při promítání! Neboť nejprve se objeví 100 skvrn, ty se pak rozdělí na desítky, atd. atd.

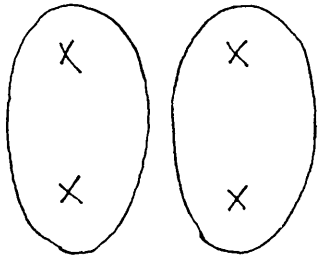
Mohl bych říci: důkaz mi neslouží jako experiment, nýbrž jako obraz experimentu.

37. Polož dvě jablka na prázdnou desku stolu, podívej se, zda se někdo

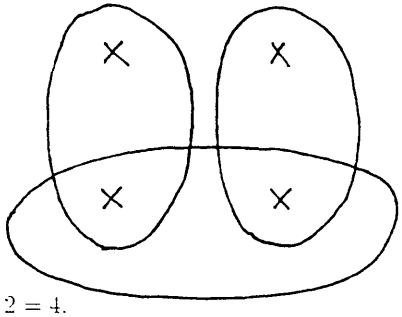
nepřibližuje a zda nic do stolu nestrká; teď polož ještě dvě jablka na desku stolu; a nyní spočítej jablka, která tam leží. Provedl jsi experiment: výsledek počítání je pravděpodobně 4. (Tento výsledek bychom mohli sdělit takto: jestliže za těch a těch okolností položíme na stůl dvě jablka a pak ještě 2 jablka, nezmizí ani nepřibude žádné další.) Podobné experimenty lze se stejným výsledkem provést s jakýmikoli pevnými tělesy. - Tak se u nás učí děti počítat; neboť napřed se položí 3 fazole a pak další 3 a pak se spočítá, kolik jich tam leží. Kdyby přitom vyšlo jednou 5 a podruhé 7 (třeba proto, *jak bychom nyní řekli*, že by jednou jedna fazole přibyla a podruhé ubyla), pak bychom o fazolích řekli, že se pro vyučování počtu nehodí. Kdyby se však totéž stalo s hulkami, prsty, čárkami a většinou dalších věcí, tak by to byl konec počítání.

'Nebylo by však i přesto $2 + 2 = 4$?' - Tato větička by se tím stala nepoužitelnou. -

38. 'Stačí se podívat na obrázek



abychom uviděli, že $2 + 2 = 4$.' - Pak by mi stačilo podívat se na tento obrázek



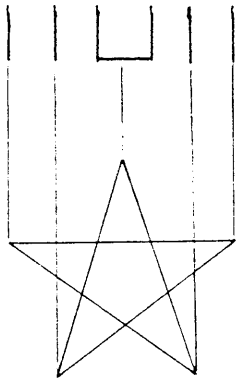
abych viděl, že $2 + 2 = 4$.

39. O čem přesvědčuji toho, kdo sleduje filmové zobrazení pokusu se stovkou kuliček?

Bylo by možno říci: o tom, že se to takto přihodilo. - Ale to by nebylo matematické přesvědčení. - Nemohl bych ale říci: *vštěpuji mu tento postup*? Tento postup je přeskupením řady 100 kuliček do deseti řad po 10. A tento postup lze *fakticky* vždy znovu provést. A o tom mne to může právem

přesvědčit.

40. A tak vtiskuje důkaz (25) postup vedením projekčních čar jednojednoznačného přiřazení *R* a *P*. - 'Ale *nepřesvědčuje* mne to o tom, že je toto[3] přiřazení *možné*?' - Má-li to znamenat, že je můžeš kdykoli provést, pak to nemůže být vůbec pravda. Avšak nakreslení projekčních čar nás přesvědčuje o tom, že nahoře je tolik čárek, kolik je dole vrcholů; a poskytuje nám předlohu pro vzájemné přiřazení takových vzoru. - 'Ale neukazuje tím tato předloha, že to jde? Ne, ukazuje, že to tentokrát prošlo! V tom smyslu, v němž by to neprošlo, kdyby nahoře byl místo | | | | | | vzor | | | | | |'. Jakto? copak to nejde? Třeba nějak *takto*:



Tento obrazec by se přece také mohl použít jako důkaz něčeho! Třeba k tomu, aby se ukázalo, že skupiny těchto tvarů nelze 1-1 přiřadit.[4] '1-1 přiřazení zde není možné' znamená třeba: tyto obrázky a 1-1 zobrazení spolu nesouhlasí.

'Tak jsem to nemínil!' - Pak mi ukaž, co jsi mínil a já to udělám.

Nemohu pak ale říci, že tento obrázek ukazuje, *jak* je takové přiřazení možné - a nemusí proto také ukazovat, *že* je možné? -

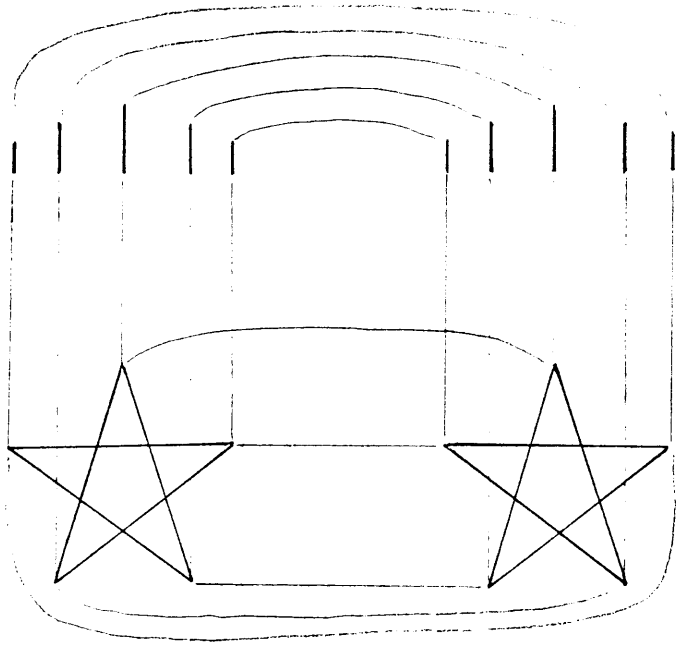
41. Co bylo tedy smyslem toho, že jsme zde navrhli přidělit jména pěti rovnoběžným čárkám a pěticípé hvězdě? Tím se něco vypovídá o způsobu použití těchto obrazců. Totiž to, že je na první pohled rozpoznáváme jako ty a ty. Jejich čárky nebo vrcholy nepočítáme; jsou to pro nás typy vzorů, jako nože a vidličky, jako písmena a číslice.

Mohu také na povel: 'Nakresli *R*!' (např.) - tento tvar okamžitě znovu vytvořit. - Důkaz mne nyní učí, jak přiřadit oba tvary. (Řekl bych, že se

[3]Znamená zde 'toto přiřazení' přiřazením obrazcu důkazu samého? Něco nemůže být současně mírou i měřeným. (Poznámka na okraji.)

[4]Na tomto obrázku se budu moci pokusit o jedno přiřazení, nikoli však o jiné a řeknu, že toto přiřazení není možné (Poznámka na okraji.)

tomto důkazu nepřiřazují pouze tyto individuální obrazce, nýbrž *formy sámy*. To ale přece znamená pouze to, že si tyto formy dobře vtiskují; vtiskují jako paradigmata.) Nemohu se nyní, když chci takto přiřadit formy *R* a *P* dostat do potíží - třeba tím, že je dole jeden vrchol navíc anebo nahoře jedna čárka navíc? - 'Ale to přece ne, jestliže jsi opravdu znovu nakreslil *R* a *P*! - A dá se to dokázat; podívej se na tento obrázek!'



Tento obrázek mne poučuje o novém způsobu kontroly toho, že jsem opravdu nakreslil stejné obrazce; nemohu se však stejně dostat do potíží, budu-li se chtít řídit tímto postupem? Říkám však - a jsem si tím jist - že se normálně do žádných potíží nedostanu.

42. Existuje hlavolam, spočívající v tom, že se má určitý obrázek, např. obdélník, sestavit z daných kousků. Dělení tohoto obrazce je takové, že je pro nás obtížné najít správné sestavení dílků. Tak třeba toto:

116. 'Podle tebe by mohl každý pokračovat v této řadě, jak se mu zlíbí; a také usuzovat *jakýmkoli* způsobem.' Pak to nenazveme 'pokračováním v řadě' a také asi ne 'usuzováním'. A myšlení a usuzování (stejně jako počítání) není pro nás přirozeně předepsáno nějakou libovolnou definicí, nýbrž přirozenými mezemi, odpovídajícími korpusu toho, co nazýváme rolí myšlení a usuzování v našem životě.

Neboť jsme zajedno v tom, že ho zákony vyvozování nenutí, jako nutí kolejnice vlak, aby mluvil, nebo psal to a to. A řekneš-li, že by to sice mohl *říci*, nikoli však *myslit*, pak řeknu, že to neznamená: nemůže to, quasi přes všechno usilování, myslit, nýbrž to znamená: k 'myšlení' patří pro nás podstatně to, že - při mluvení, psaní, atd. - dělá *takové* přechody. A dále říkám, že hranice mezi tím, co ještě nazýváme 'myšlením' a tím, co už tak nenazýváme, je tak málo ostře vedená, jako hranice mezi tím, co nazýváme ještě 'zákonitostí' a tím, co už tak nenazýváme.

Přesto lze ale říci, že nás zákony vyvozování nutí; totiž v tom smyslu jako jiné zákony lidské společnosti. Úředník, který usuzuje jako v (17) tak *musí* činit; byl by potrestán, kdyby usuzoval jinak. Kdo usuzuje jinak, dostává se do konfliktu: např. se společností; ale také s praktickými důsledky.

A je také něco *na tom*, když se řekne: nemůže to *myslet*. Chce se říci: Nemůže to naplnit osobním obsahem: nemůže skutečně *souhlasit* - se svým rozumem, se svou osobou. Je to podobné, jako když se řekne: Tento sled tónů nemá žádný smysl, nemohu ho zazpívat s výrazem. Nemohu *souznít*. Anebo, což zde vyjde na stejno: nesouzním.

'Když to říká - bylo by možno říct - může to říkat pouze bezmyšlenkovitě.' A zde se musí jen poznamenat, že 'bezmyšlenkovitě' mluvit se liší od jiného mluvení často tím, že při mluvení probíhají v mluvícím představy, pocity a ještě něco dalšího, což však netvoří 'myšlení'. A obráceně také, když tyto doprovodné projevy chybí, že to neznamená 'bezmyšlenkovitost'.

117. V jakém smyslu je logický argument nucením? - 'Ty přece připouštíš *to a to*; tak musíš připustit i *toto*!' To je způsob, jak někoho nutíme. To znamená, že takto lze skutečně lidi nutit, aby něco přijali. - Nejinak, než když někoho nutíme k tomu, aby šel tímto směrem tak, že mu tam ukazujeme rukou.

Představ si, že v takovém případě ukazuji dvěma prsty současně různými směry a tím nechávám na druhém, aby si vybral, kterým směrem se dá - a jindy, když ukáži pouze *jedním* směrem; lze to také vyjádřit takto: můj první pokyn ho nenutil jít *jedním* směrem, druhý však ano. To je ale výpověď udávající, jakého druhu byly mé pokyny; nikoli však jakým způsobem působí, ne zda toho a toho skutečně nutí, tj. zda je uposlechne.

118. Zdá se zprvu, jakoby tyto úvahy ukazovaly, že to, 'co se zdá být logickým nucením', ve skutečnosti bylo jen nucením psychologickým - a pak vzniká otázka: znám tedy oba způsoby nucení?! -

Představ si, že by se použil výraz: 'Zákon §... trestá vraha smrtí.' To

by nyní mohlo znamenat pouze: tento zákon zní: tak a tak. Tato forma výrazu se nám ale může vnucovat, protože zákon je prostředkem, má-li se obviněný potrestat. - Teď mluvíme o 'neúprosnosti' u těch, kteří někoho trestají. Mohlo by nás napadnout říci: 'zákon je *neúprosný* - lidé mohou nechat obviněného jít, zákon ho odsuzuje.' (A dokonce: 'zákon ho *vždy* odsuzuje.') - K čemu se používá taková forma vyjádření? - Nejprve říká tato věta jen to, že v zákonu stojí to a to, a lidé se tím někdy neřídí. Pak to ale ukazuje přece obraz *jednotlivého* neúprosného soudce - a mnoha soudců laxních. Tím slouží jako výraz respektu před zákonem. Konečně lze však tento způsob vyjádření použít také tak, že se zákon nazve 'neúprosným', nepočítá-li s možností omilostnění, a v opačném případě třeba 'rozvážným'.

Mluvíme nyní o 'neúprosnosti' logiky: a myslíme si logické zákony neúprosně, ještě neúprosněji než zákony přírodní. Nyní se soustředíme na to, jak je slovo 'neúprosný' používáno různými způsoby. Našim logickým zákonům odpovídají velmi obecné fakty denní zkušenosti. Jsou to ty, které nám umožňují předvádět ony zákony opakovaně jednoduchým způsobem (inkoustem na papíře, např.). Je třeba je porovnat s oněmi fakty, které činí měření pomocí měřítka proveditelným a užitečným. To usnadňuje použití právě těchto zákonů vyvozování a nyní jsme *my* neúprosní v použití těchto zákonů. Protože '*měříme*'; a k měření patří, že všichni mají touž míru. Mimo to lze však rozlišovat neúprosná, tj. *jednoznačná* pravidla vyvozování od pravidel nejednoznačných, mínim od těch, která nám ponechávají alternativy.

119. 'Mohu přece vyvozovat jen to, co skutečně vyplývá.' - To znamená: to, co logický stroj skutečně produkuje. Logický stroj by byl vše pronikající ďáblický mechanismus. - Před tímto obrazem musíme varovat.

Představme si materiál, který je tvrdší a pevnější než jakýkoli jiný. Jestliže však převedeme tyč z tohoto materiálu z polohy horizontální do polohy vertikální, pak se zkrátí; anebo se ohne, když se vztyčí a je přitom tak tvrdá, že ji jiným způsobem nelze ohnout. - (Mechanismus, vyrobený z této látky, např. klika, spojovací tyč a křížová hlava. Jiné způsoby pohybu křížové hlavy.)

Anebo: tyč se ohne, když k ní přiblížíme jistou hmotu; avšak proti všem silám, které na ni necháme působit, je dokonale neohebná. Představ si, že se vodící koleje křížové hlavy ohýbají a natahují, když se k nim přibližuje a oddaluje klika. Předpokládal bych, že k vyvolání toho není třeba nijak zvláštní vnější síly. Toto chování kolejnic by na nás působilo jako chování nějaké živé bytosti.

Řekneme-li: 'Jsou-li prvky mechanismu zcela neohebné, budou se tak a tak pohybovat', co je kriteriem toho, že jsou zcela neohebné? Je tomu tak, že odolávají jistým silám? anebo že se pohybují tak a tak?

Představ si, že řeknu: 'to je zákon pohybu křížové hlavy (přiřazení její polohy třeba k poloze kliky), jestliže se délka spojovací tyče a kliky nemění.'

To asi znamená: Když se polohy kliky a křížové hlavy mají k sobě tak, pak říkám, že délka spojovací tyče zůstává stejná.

120. Kdyby byly díly zcela neohebné, pak by se takto pohybovaly: to je hypotéza? Zdá se, že ne. Neboť když řekneme: 'kinematika popisuje pohyby mechanismu za předpokladu, že jsou jeho části zcela tuhé', pak připouštíme na jedné straně, že tyto předpoklady nejsou ve skutečnosti nikdy splněny, a z druhé strany, že nepodléhá pochybám to, že dokonale tuhé části by se takto pohybovaly. Ale odkud pochází tato jistota? Nejedná se zde snad o jistotu, nýbrž o určení, které jsme učinili. *Nevíme*, že tělesa, jsou-li (podle toho a toho kriteria) tuhá, by se takto pohybovala; ale (za jistých okolností) bychom nazvali 'tuhými' části, které se takto pohybují - myslí v takovém případě vždy na to, že geometrie (nebo kinematika) nespecifikuje žádnou měřicí metodu, hovoří-li o stejných délkách anebo neměnnosti nějaké délky.

Nazveme-li tedy kinematikou třeba nauku o pohybu dokonale tuhých částí strojů, obsahuje to na jedné straně náznak (matematické) metody: určujeme určité vzdálenosti jako délky části stroje, které se nemění; z druhé strany to obsahuje *náznak* použití kalkulu.

121. Tvrdost logického '*musí*'. Co když se řekne: 'musí' kinematiky je mnohem tvrdší než kauzální 'musí', nutí totiž část stroje pohybovat se *tak*, když se jiná část pohybuje *tak*?

Představ si, že bychom předvedli způsoby pohybu 'dokonale tuhého' mechanismu pomocí kinematografického obrazu, kresleným filmem. Kdyby někdo řekl, že tento obraz je *dokonale tuhý*, a mínil tím, že jsme přijali tento film jako způsob popisu, - ať už jsou skutečnosti jakékoli, jakkoli se mohou části skutečného mechanismu ohýbat či prodlužovat.

122. Stroj (jeho stavba) jako symbol pro jeho způsob působení: Stroj - řekl bych nejprve - vypadá, jakoby měl své způsoby působení už v sobě. Co to znamená? -

Tím, že stroj známe, zdá se vše ostatní, totiž pohyby, které bude konat, už zcela určeno.

'Mluvíme tak, jakoby se tyto díly mohly pohybovat jen tak, jakoby nemohly činit nic jiného.'

Jak to je - : zapomínáme na možnost, že se ohýbají, lámou, taví, atd.? Ano; v *mnoha* případech na to vůbec nemyslíme. Používáme stroj anebo obraz stroje jako symbol pro určitý způsob činnosti. Sdělujeme např. někomu tento obraz a předpokládáme, že z něj odvodí projevy pohybů části. (Tak jako můžeme někomu sdělit číslo tím, že řekneme, že je pětadvacátým v řadě 1, 4, 9, 16,...)

'Stroj vypadá, jako by měl své způsoby činnosti už v sobě' znamená: Máš sklon přirovnávat budoucí pohyby stroje v jeho určenosti k objektům, které už leží v nějaké zásuvce a nyní je vytahujeme.

Takto však nemluvíme, jde-li o to předpovědět skutečné chování stroje: zde nezapomínáme obecně na možnosti deformací dílů, atd.

Mluvíme však tak tehdy, když se divíme tomu, jak lze použít stroj jako symbol způsobů pohybu - protože se přece může pohybovat také zcela *jinak*.

Nyní bychom mohli říci, že stroj, nebo jeho obraz, se nachází na začátku řady obrazů, kterou jsme se naučili odvozovat z tohoto obrazu.

Uvážíme-li však, že by se stroj mohl také chovat jinak, pak se nám snadno ukáže, že by ve stroji jako symbolu jeho pohybů mělo být obsaženo ještě více určitosti než ve stroji skutečném. Jako by nestačilo, že jsou to zkušenostně předem určené pohyby, nýbrž že by musely - v mysteriosním smyslu - být už *současně* přítomny. A tak tomu je: pohyb symbolu stroje je určen předem jiným způsobem, než pohyb daného skutečného stroje.

123. 'Je to, jako bychom uchopili celé použití slova naráz.' - Jako *co*, např.? - *Nelze* - v určitém smyslu - toto použití uchopit naráz? A v *jakém* smyslu bys to nemohl? Je to právě tak, jako bychom mohli toto použití uchopit nějakým ještě přímějším smyslem naráz. Ale máme pro to nějaký předobraz? Ne. Nabízí se nám pouze tento způsob vyjádření. Jako výsledek křížících se podobenství.

124. Nemáš žádný vzor tohoto nadměrného faktu, jsi však svářen k tomu, abys použil *nad-výraz* (Über-Ausdruck).

125. Proč si tedy myslíme: stroj má své možné pohyby už nějakým mysteriosním způsobem v sobě? - Když někdo filosofuje. A co nás vede k tomu myslet si to? Způsob, jakým mluvíme o strojích. Říkáme např., že stroj *má* (*vlastní*) tyto možnosti pohybu, mluvíme o ideálně tuhém stroji, který se *může* pohybovat pouze tak a tak.

Možnost pohybu, co je to? Není to *pohyb*: zdá se, že to však není ani pouhá fyzikální *podmínka* pohybu, např. že mezi otvorem a čepem je nějaký meziprostor, že čep nezapadá příliš těsně do otvoru. Neboť je to sice zkušenostně podmínka pohybu, ale tuto věc si lze představit i jinak. Možnost pohybu má být spíše ve stínu pohybu samého. Znáš však takový stín? A stínem rozumím nikoli jakýkoli obraz pohybu; neboť tento obraz přece nemusí být obrazem právě *tohoto* pohybu. Ale možnost tohoto pohybu musí být možností právě tohoto pohybu. (Pohleď, jak vysoko zde sahají vlny jazyka!)

Tyto vlny se uklidní, jakmile se zeptáme: jak používáme, mluvíme-li o stroji, slova: 'možnost pohybu'? - Odkud pocházejí tyto podivné ideje? 'Ukazuji ti možnost pohybu přece prostřednictvím *obrazu* tohoto pohybu: tedy možnost něčeho je něco skutečnosti podobného.' Říkáme: 'nepohybuje se, ale má už možnost pohybovat se', 'tedy možnost je něco skutečnosti velmi blízkého'. Můžeme sice pochybovat, zda ty a ty fyzikální podmínky umožňují pohyb, ale nikdy nediskutujeme o tom, zda *je toto* možností toho či oněch pohybů: 'tedy možnost pohybu se nachází v jedinečném vztahu k pohybu samému, vztahu, který je těsnější, než vztah obrazu k jeho předmětu', neboť lze zpochybnit to, zda je toto obrazem tohoto či onoho předmětu. Říkáme: 'zkušenost nás učí, zda toto poskytuje čepu tyto mož-

nosti pohybu', ale neříkáme: 'zkušenost náš učí, zda toto je možností tohoto pohybu': 'tedy není zkušenostním faktem to, že tato možnost je možností právě tohoto pohybu.'

Dáváme pozor na náš vlastní způsob vyjadřování, týkající se této věci, nerozumíme mu však, nýbrž jej chybně vykládáme. Když filosofujeme jsme jako divoši, primitivní lidé, kteří slyší vyjadřování civilizovaných lidí, chybně je chápou a z tohoto pochopení vyvozují podivné závěry.

Pomysli si, že někdo nerozumí německému vyjadřování minulosti: 'er *ist*', to je přítomnost, tedy věta říká, že minulost je v jistém smyslu přítomná.

126. 'Ale já nemíním, že to co teď (při chápání) činím, určuje budoucí použití *kauzálně* a zkušenostně, nýbrž to, že *podivným* způsobem je toto použití samo v nějakém smyslu přítomno.' - Ale '*v nějakém* smyslu' přece je! (Říkáme také: 'události minulého roku jsou pro mne přítomné.') Na tom co říkáš, je vlastně chybný jen výraz: 'podobným způsobem.' Ostatní je správné; a podivnou se věta jeví jen když si pro ni představíme jinou jazykovou hru než tu, v níž je fakticky použita. (Kdosi mi říkal, že se jako dítě divil tomu, jak může krejčí '*ušít šaty*' - myslel si, že to znamená, že se šaty vyrobí pouhým šitím, tím, že se sešije jedno vlákno k druhému.)

127. Nepochopenému použití slova rozumíme jako výrazu podivného *postupu*. (Tak jak myslíme čas jako podivné prostředí, duši jako podivnou bytost.)

Potíž vznikne ale ve všech případech záměnou 'je' a 'znamená'.

128. Spojení, které nemá být kauzální, zkušenostní, nýbrž silnější a pevnější, dokonce tak pevné, že jedno *je* nějak už druhým, je vždy spojením v gramatice.

129. Odkud vím, že tento obraz je mou představou *slunce*? - *Nazývám* to představou slunce. *Používám* to jako obraz *slunce*.

130. 'Je to, jako bychom mohli pochopit celé použití slova naráz.' - Řekneme , že právě to činíme. To znamená, že často popisujeme to, co činíme, právě těmito slovy. Na tom, co se takto děje, není přece nic překvapivého, nic podivného. Podivným se to stane jsme-li vedeni k tomu si myslet, že budoucí vývoj musí být už nějakým způsobem přítomen v aktu chápání a přesto nebýt přítomným. - Neboť říkáme, že není pochyb, že slovu... rozumíme, a z druhé strany, že jeho význam spočívá v jeho používání. Není pochyb, že nyní chci hrát *šachy*; ale šachová hra je touto hrou v důsledku *všech svých pravidel* (atd.). Nevím tedy co chci hrát dříve než jsem to *hrál*? Anebo jsou všechna pravidla obsažena v mém aktu intence? Je to zkušenost, která mne učí, že po tomto aktu intence následuje obvykle tento způsob hry? Nemohu si být tedy přece jist tím, co zamýšlím činit? A je-li toto nesmyslem, jaké super-silné spojení existuje mezi aktem záměru a zamýšleným? - Kde se uskutečňuje spojení mezi smyslem slov 'Zahrajme si partii šachu!' a všemi pravidly hry? - V seznamu pravidel, v učení se šachu, v každodenní praxi hraní.

131. Logické zákony jsou ovšem výrazem 'myšlenkových zvyklostí', ale také zvyku *myslet*. To znamená,že lze říci, že ukazují jak lidé myslí a také to, *co* lidé nazývají 'myšlením'.

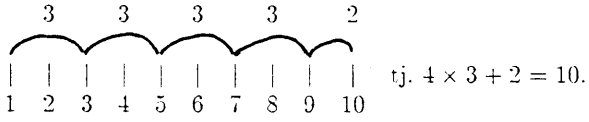
132. Frege nazývá 'zákonem o tom, co lidé pokládají za pravdivé' (ein Gesetz des menschlichen Führwahrhaltens) toto: 'Pro člověka je... nemožným uznat předmět za odlišný od sebe sama.'[6] - Myslím-li, že je to pro mne nemožné, pak myslím, že se to *pokouším* udělat. Podívám se na svou lampu a říkám: 'tato lampa je odlišná od ní samé.' (Ale to se nehýbá.) Nevidím např., že je to nepravdivé, nýbrž si s tím vůbec nic nemohu počít. (Kromě případu, např., když se lampa třpytí ve slunečním světle, pak to mohu docela dobře vyjádřit touto větou.) Lze se dostat dokonce do jakéhosi druhu myšlenkové křeče, v níž se koná: jako kdyby se člověk pokoušel myslet nemožné a nedařilo se mu to. Podobá se to tomu, jako když někdo koná, jako kdyby se pokoušel (marně) přitáhnout k sobě nějaký předmět z velké dálky pouhou vůlí. (Přitom se např. pitvoří jako kdyby chtěl dát věci na vědomí, že má k němu přijít.)

133. Věty logiky jsou 'zákony myšlení', 'protože vyjadřují podstatu lidského myšlení' - správněji však: protože vyjadřují podstatu, techniku myšlení, anebo ji ukazují. Ukazují, co je to myšlení a ukazují také způsoby myšlení.

134. Představ si podivnou možnost: Při násobení 12×12 jsme se dříve vždy zmýlili. Je nepochopitelné, jak k tomu mohlo dojít, ale došlo k tomu. Takže vše, co se takto vypočítalo, je špatně! - Ale o co jde? Nejde vůbec o nic! - Pak musí být něco chybného v naší ideji pravdivosti a nepravdivosti aritmetických vět.

135. Je pak ale nemožné, že jsem se v počítání spletl? A co když mne pletl nějaký ďábel, takže jsem vždy opět něco přehlédl, a to i když jsem to přepočítával krok po kroku. Jakmile bych se probral z tohoto očarování, řekl bych: 'To jsem byl ale slepý!' - Ale co to změní, jestliže to 'přijmu?' Mohl bych pak říci: "Ano, výpočet je jistě chybný - ale já tak počítám. A tohle nazývám sečítáním a toto číslo je 'součtem těchto dvou'."

136. Představ si, že by byl někdo začarován tak, že by počítal:



tj. $4 \times 3 + 2 = 10$.

Nyní má použít svůj výpočet. Vezme čtyřikrát 3 ořechy a ještě 2 a rozdělí je mezi 10 lidí; každý dostane *jeden* ořech; neboť je rozdělí podle obloučků ve výpočtu a jakmile dá někomu druhý ořech, tento ořech zmizí.

[6] *Grundgesetze der Arithmetik*, I, xviii.

sledky, byl nepřehledný, pak bych sice mohl zaznamenat výsledek, že toto číslo vyšlo - jenže jaký fakt se tím má potvrdit? nevím: 'co *má* vyjít'.

154. Bylo by možné, že by dnes lidé prošli některým z našich výpočtů a byli se závěry spokojeni, avšak nazítří by chtěli vyvodit zcela jiné závěry, a v dalších dnech pak opět jiné?

Ano, nelze si myslet, že by se toto dělo *zákonitě*: že kdybychom jednou uskutečnili *tento* přechod, pak bychom '*právě proto*' v příštím případě udělali jiný a proto (třeba) v dalším případě opět onen první přechod? (Podobně jako když v nějakém jazyce nazveme jednou barvu 'červenou' a proto v dalším případě ji nazveme jinak a ještě v dalším opět 'červenou', atd.: to by mohlo být pro lidi zcela přirozené. Mohlo by se to nazvat potřebou změny.).

[*Poznámka na okraji.* Jsou naše zákony vyvozování věčné a neměnné?]

155. Není to takto: Dokud si myslíme, že to jinak být nemůže, vyvozujeme logické závěry.

To ovšem znamená: *dokud to a to není předmětem otázky.*

Ty kroky, které nejsou předmětem otázky, jsou logickými závěry. Ale *nestavíme* je do otázky proto, že 'bezpečně odpovídají pravdivosti' - anebo nějak podobně - nýbrž proto, že právě toto nazýváme 'myšlením', 'vyvozováním', 'odvozováním', 'argumentací'. Zde se vůbec nejedná o nějaký soulad řečeného se skutečností; spíše je tomu tak, že logika *před*chází takovému souladu; totiž v tom smyslu, v němž *před*chází stanovení metody měření správnosti či chybnosti údajů o délce.

156. Je nyní experimentálně stanoveno, zda lze odvodit jednu větu z jiné? - Zdá se, že ano! Neboť píši určité sledy znaků, řídím se přitom určitými paradigmaty - přičemž je ovšem podstatné, že nepřehlédnu žádný znak anebo že ho nějak neztratím - a o tom, co při tomto postupu vznikne, řeknu, že to vyplývá. - Argumentem proti tomu je toto: Jestliže 2 a 2 jablka dají pouze 3 jablka, tj. když se tady nacházejí 3 jablka poté, co jsem sem položil dvě a pak zase dvě, pak neřeknu '2 + 2 není vždy 4'; nýbrž: 'Jedno se muselo nějak ztratit'.

157. Ale nakolik dělám experiment, jestliže pouze *sleduji* důkaz, který byl napsán? Bylo by možno říct: 'Když se podíváš na tento řetěz transformací, - *nepřipadá ti, že by souhlasil* s paradigmaty?'

158. Má-li se to nazvat experimentem, pak ovšem psychologickým. - Zdání souhlasu může přece spočívat na smyslových klamech. A tak je tomu také často, když se přepočítáme.

Říká se také: 'To mi vyšlo.' A to je přece experiment, který ukazuje, že *mně* vyšlo toto.

159. Bylo by možno říct: Výsledkem pokusu je to, že řeknu na konci při dosažení výsledku důkazu s přesvědčením: 'Ano, to souhlasí.'

160. Je výpočet experimentem? - Je to experiment, když zítra vstanu z postele? Ale nemohlo by být experimentem, - který by ukazoval, zda po

tolika a tolika hodinách spánku mám sílu vstát?

Co chybí tomuto jednání k tomu, aby bylo experimentem? - Pouze to, že není prováděno k tomuto účelu, tj. ve spojení s takovým zkoumáním. Něco se stává *experimentem* pomocí užívání, které se s tímto něčím dělá.

Když pozorujeme zrychlení při volném pádu, je to fyzikální experiment nebo experiment psychologický, který ukazuje, co lidé za takových okolností vidí? - Nemůže to být obojí? Nezávisí to na *okolí*: co s tím děláme, co o tom říkáme?

161. Pojímáme-li důkaz jako experiment, pak výsledkem tohoto pokusu vůbec není tím, co nazýváme výsledkem důkazu. Výsledkem výpočtu je věta, kterou tento důkaz končí; výsledkem experimentu je: že jsem byl od těchto vět doveden k této větě pomocí těchto pravidel.

162. Náš zájem se však netýká toho, že ti a ti lidé (anebo všichni) byli takto vedeni těmito pravidly (anebo že takto postupovali); pokládáme za samozřejmé, že lidé - 'když mohou správně myslet' - *takto* postupují. My jsme ale teď našli *cestu* takříkajíc pomocí stop těch, kteří tudy takto prošli. A na této cestě nyní probíhá provoz - pro rozličné účely.

163. Zkušenost mne učí, jak tento výpočet vychází; ale tím ho ještě neuznávám.

164. Zkušenost mne naučila, že tentokrát vyšlo toto, že to obvykle vychází; ale říká to věta matematiky? Zkušenost mne naučila, že jsem jel touto cestou. Je *to* však matematická výpověď? - Co ale říká? V jakém vztahu se nachází k těmto zkušenostním větám? Matematická věta má dustojnost pravidla.

To je pravdivé na tom, že matematika je logikou; pohybuje se v pravidlech našeho jazyka. A to jí dává zvláštní sílu, její zvláštní a nedotknutelné postavení.

(Matematika položená mezi standardní míry.)

165. Ale jak, - otáčí se v těchto pravidlech *tam a zpět*? - Tvoří stále nová a nová pravidla; staví stále nové cesty pro dopravu; tím, že rozšiřuje síť starých cest.

166. Nepotřebuje ale k tomu oprávnění? Může rozšiřovat síť *libovolně*? Mohl bych říci: matematika vynalézá stále nové formy popisů. Jedny jsou podporovány praktickými potřebami, jiné potřebami estetickými, - a ještě další něčím jiným. A představ si zahradního architekta, který navrhuje cestičky v parku; může to být třeba tak, že prostě kreslí ornamentální pásy na rýsovacím prkně a vůbec nemyslí na to, že by po nich někdo někdy šel.

167. Matematik je vynálezce, nikoli objevitel.

168. Když při odpočítávání používáme prsty jedné ruky anebo nějakou skupinu předmětů, která vypadá takto | | | | |, a když odpočítáváme já, ty, on, ty, atd., pak nás zkušenost učí, že první slovo je stejné s posledním. 'Ale *nemusí* tomu tak být?' - Je tak nepředstavitelné, že by někdo viděl skupinu | | | | | např. jako skupinu | | || | |, v níž splývají obě prostřední čárky a tím

by tuto prostřední čárku počítal dvakrát? (Ano, není to obvyklé.-)

169. Jak je tomu, když si někdo napřed všimne toho, že výsledek počítání je už předurčen počátkem a teď tomu porozumí a řekne: 'Ano, ovšem, - musí tomu tak být.' Co je to za poznání? - Nakreslil si třeba toto schema:

J T J T J
| | | | |

A jeho uvažování je třeba takové: 'Je to přece *tak*, když počítám. - Tedy musí...'

DODATEK I

1. Lze si snadno představit jazyk, v němž neexistuje ani forma otázky ani forma příkazu, nýbrž otázka i příkaz se vyjadřují formou tvrzení, ve tvarech odpovídajících např. našemu: 'Rád bych věděl, zda...' a 'Přeji si, aby...'.

Nikdo by přece neřekl o otázce (třeba, zda venku prší), že je pravdivá či nepravdivá. Česky to ovšem o větě 'chci vědět, zda...' řekneme. Co kdyby se ale tato forma vždy používala místo otázky? -

2. Velká většina vět, které říkáme, píšeme a čteme, jsou věty oznamovací.

A - řekneš - tyto věty jsou pravdivé nebo nepravdivé. Nebo, jak bych to také mohl říci, hraje se s nimi hra pravdivostních funkcí. Neboť tvrzení není něco, co k větě přistupuje, nýbrž je to podstatný rys hry, kterou s ní hrajeme. Můžeme to srovnat s charakteristikou šachové hry, v níž dochází k výhře a prohře, kdy vyhrává ten, který druhému vezme krále. Samozřejmě by mohla být nějaká hra, velmi spřízněná se šachy, která by spočívala v tom, že by se prováděly šachové tahy, ale bez toho, že by někdo vyhrával a někdo prohrával, anebo v níž by byly podmínky pro vítězství jiné.

3. Přestav si, že někdo řekne: Rozkaz sestává z návrhu ('přijetí') a přikázání navrženého.

4. Nemohla by se provádět aritmetika aniž by se přišlo na myšlenku vyslovovat aritmetické *proposice*, a aniž by nás napadla podobnost mezi násobením a proposicí?

Nekroutili bychom ale hlavou, kdyby nám někdo ukázal špatně provedené násobení - tak jako to děláme, když nám někdo řekne, že prší, když neprší? - Ano; a tedy se nachází styčný bod. Neukazujeme také např. svému psu, že má přestat, nechová-li se tak, jak si přejeme?

Zvykli jsme si říkat '2 krát 2 jsou čtyři' a sloveso 'jsou' z toho dělá větu a vytváří tak zdánlivou blízkou spřízněnost se vším, čemu říkáme 'věta'. Přitom se zde jedná o velmi povrchní vztah.

5. Existují v Russellově systému pravdivé věty, které v jeho systému nelze dokázat? - Co se pak nazývá pravdivou proposicí v Russellově systému?

6. Co pak znamená, že nějaká věta '*je pravdivá*'? '*p*' *je pravdivá* = *p*. (To je odpověď.)

Chceme se třeba ptát: za jakých okolností někdo tvrdí větu? Anebo: jak se používá tvrzení věty v jazykové hře? Zde se klade 'tvrzení věty' proti vyslovení věty třeba při jazykovém cvičení, - anebo jako *část* nějaké jiné věty, apod.

Zeptáme-li se v tomto smyslu: 'Za jakých okolností se tvrdí v Russellově hře nějaká věta?', pak je odpověď: na konci některého jeho důkazu, nebo jako 'základní zákon' (Pp.). Jinak se v Russellových symbolech věty, kterými se něco tvrdí, nepoužívají.

který by mne o tom přesvědčil. Bylo by to možno nazvat třeba intuitivně poznaným zkušenostním faktem.

45. Chceš říci, že každý nový důkaz mění jedním či jiným způsobem pojem důkazu.

Ale podle jakého principu se něco rozpozná jako nový důkaz? Anebo snad neexistuje žádný 'princip'?

46. Mám nyní říci: 'jsme přesvědčeni, že vždy vyjde týž výsledek'? Ne, to nestačí. Jsme přesvědčeni, že vždy vyjde, bude vypočítán týž výpočet. Je *to* matematické přesvědčení? Ne - neboť kdyby se ne vždy vypočítalo totéž, nemohli bychom usuzovat, že tento výpočet dá jednou tento a podruhé jiný výsledek.

Jsme *ovšem* také přesvědčeni, že se při opakovaném počítání bude obraz tohoto počítání opakovat. -

47. Nemohl bych říci: kdo násobí, nenachází v žádném případě matematické faktum, ale matematickou větu? Neboť to, co *nachází* je nematematické faktum, a tedy matematická věta. Neboť matematická věta je stanovení pojmu, následující po objevu.

Zde *nacházíš* novou fyziognomii. Můžeš ji teď např. *zaznamenat* anebo kopírovat.

Je nalezena, zkonstruována, *nová* forma. Ale používá se k tomu, aby dala spolu se starým pojem pojem nový.

Pojem se mění tak, že toto *muselo* vyjít.

Nenacházím výsledek; nýbrž shledávám, že jsem k němu dospěl.

A není zkušenostním faktem to, že tato cesta začíná zde a končí zde, nýbrž že jsem prošel tuto cestu anebo nějakou jinou cestu až k tomuto konci.

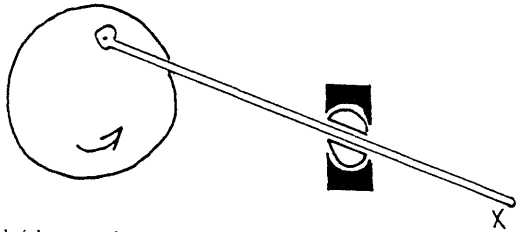
48. Ale nebylo by možno říci, že tato *pravidla* vedou touto cestou i když jí nikdo nešel?

Neboť to je to, co bychom chtěli říci - zda vidíme matematický stroj, který sám řízen pravidly, je poslušen jen matematických zákonů a nikoli zákonů fyzikálních.

Chci říci: práce matematického stroje je jen *obraz* práce nějakého stroje.

Pravidlo nepracuje, neboť cokoli se děje podle tohoto pravidla, je výkladem tohoto pravidla.

49. Předpokládejme, že mám stádia pohybu před sebou na obrázku,



což mi dopomáhá k větě, kterou mohu z tohoto obrázku jakoby vyčíst. Tato věta obsahuje slovo 'přibližně' a je větou geometrie.

Je divné, že bych měl být s to vyčíst větu z *obrázku*.

Tato věta však nepojednává o obrázku, který vidím. Neříká, že na tomto obrázku je k vidění to a to. Neříká však ani to, co bude dělat skutečný mechanismus, ačkoli to naznačuje.

Ale mohl bych z pohybu mechanismu, jehož díly se nemění, zhotovit také jiný obrázek? Tj. nejsem *nucen* za těchto okolností přijmout právě toto jako obraz pohybu?

Představme si konstrukci stádií mechanismu, provedenou z čárek s měnící se barvou. Tyto čárky jsou dílem černé na bílém podkladu, dílem bílé na černém podkladu. Představ si takto provedené Eukleidovské konstrukce; ztratí jakoukoli zřejmost.

50. Obrácené slovo má *novou* tvář.

Co kdyby se řeklo: Ten, kdo obrátil řadu 123, *naučil* se, že jejím obrácením je 321? To, co se naučil není totiž vlastnost těchto inkoustových čárek, nýbrž sled *forem*. Naučil se *formálním* vlastnostem forem. Věta, vypovídající o těchto formálních vlastnostech, se dokazuje zkušeností, ukazující nám vznik jedné formy z jiné tímto způsobem.

Má ten, kdo se to naučil, *dva* dojmy? Jeden o tom, že je pořadí *obráceno* a druhý o tom, že vzniklo 321? A nemohl by mít zkušenost, dojem, že 123 sice obrátil, ale že nevyšlo 321? Asi by se řeklo: 'jen nějakým podivným klamem'. -

Proč nelze říci, že se každou formální větu učíme ze zkušenosti - protože to nazýváme zkušeností teprve poté, co tento proces vede k tomuto výsledku. Zkušenost, která se míní, sestává už z tohoto procesu s tímto výsledkem.

Proto je více než zkušeností: vidět nějaký obrázek.

Může mít nějaká řada písmen dvě obrácení?

Třeba jedno akustické a druhé optické. Připusťme, že vysvětluji někomu, co je to obrácení slova na papíře, co takto nazýváme. Takže lze říci: slyší to jako obrácení slova. Jako by se mu slovo při obrácení zkřivilo.

A k tomu by mohlo třeba dojít kdyby se slovo a jeho obrácení vyslovovaly plynule v protikladu k případu, kde se hláskují. Anebo by mohlo obrácení