4 - Domácí cvičení č. 4

Příklad 4.1. Určete hodnost matice $\mathbf{A}$.

1. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & -1 & 3 \\ -2 & -1 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 2 & 0 & 6 & 4 \end{bmatrix}$,

2. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 \\ -3 & 2 & 4 \\ 1 & 8 & -2 \\ 13 & 0 & -18 \\ 3 & 11 & -5 \end{bmatrix}$,

3. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ -1 & 2 & 4 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & -5 \\ 2 & -3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$,

4. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & -3 & 2 & 4 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 2 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 3 & -1 & -3 \\ -1 & 1 & 5 & 9 & 4 & 3 \end{bmatrix}$.

Příklad 4.2. K matici $\mathbf{A}$ určete matici inverzní $\mathbf{A^{-1}}$.

1. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$,

2. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1-i & 2+i \\ 2-i & 1+i \end{bmatrix}$,

3. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 7 & -2 \\ -3 & -4 & 5 \end{bmatrix}$,

4. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 3 & -5 & 2 \\ 4 & -6 & 5 \end{bmatrix}$,

5. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$,

6. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 4 & -2 & 3 \\ -3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$,

7. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 2 \\ -3 & 2 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & -2 & -2 \end{bmatrix}$,

8. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 5 \\ 2 & 7 & 9 & 9 \\ 3 & 9 & 8 & 13 \end{bmatrix}$,

9. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 & 3 \\ -3 & -2 & 2 & -2 \\ 4 & 5 & -3 & 5 \\ -2 & -2 & 3 & -3 \end{bmatrix}$,

10. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & -4 \end{bmatrix}$,

11. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & -5 \\ 2 & 3 & -2 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -5 \\ 1 & 1 & -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$,

12. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

Příklad 4.3. Určete matici $\mathbf{X}$ tak, aby platila rovnost.

1. $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$,
   $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 5 & 6 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$,

2. $\mathbf{XA} = \mathbf{B}$,
   $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \\ -1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$,

3. $\mathbf{AXB} = \mathbf{C}$,
$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$,

4. $\mathbf{AXB} = \mathbf{C}$,
$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 4 & 2 & -3 \\ 6 & -1 & 2 \end{bmatrix}$,

5. $\mathbf{AX} - \mathbf{B} = \mathbf{CX}$,
$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & -7 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \\ -1 & -3 & -4 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 3 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix}$,

6. $\mathbf{XA} - \mathbf{B} = \mathbf{XC} + \mathbf{D}$,
$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -2 \\ 4 & -1 & 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,

7. $3\mathbf{AX} = \mathbf{B}$,
$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & 2 \\ 2 & 3 & -3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & -3 \\ 1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$,

8. $\mathbf{XA} - 3\mathbf{B} = \mathbf{X}7\mathbf{C} + 2\mathbf{D}$,
$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 9 & 11 & -19 \\ 10 & 12 & 25 \\ -11 & 17 & -10 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -4 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 4 \\ -2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$,
$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$.