

2 - Domácí cvičení č. 2

Příklad 2.1. Určete determinant matice \mathbf{A} .

$$1. \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3-i \\ 1+2i & 2 & 2 \\ 3+i & 1-2i & 1 \end{bmatrix},$$

$$3. \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & -6 \\ 3 & 2 & 3 & -4 \\ -4 & -2 & 3 & 2 \\ -5 & 2 & -4 & 3 \end{bmatrix},$$

$$2. \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & i & -i \\ 2 & -i & 3 & 2 \\ 3i & 0 & 3i-1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -3 \end{bmatrix},$$

$$4. \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 2 & -3 & 2 \\ 4 & -2 & 3 & -2 & 2 \\ -3 & 2 & -2 & 4 & -3 \\ 5 & -3 & 4 & -3 & 3 \\ -2 & 4 & -3 & 5 & -3 \end{bmatrix}.$$

Příklad 2.2. Určete determinant matice \mathbf{A} .

$$1. \mathbf{A} = \begin{bmatrix} ax & a^2+x^2 & 1 \\ ay & a^2+y^2 & 1 \\ az & a^2+z^2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$3. \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & x & 1 \\ -3 & x & 2 & -1 \\ x & -2 & 2 & -4 \end{bmatrix},$$

$$2. \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & a & b & c+d \\ 1 & b & c & a+d \\ 1 & c & d & a+b \\ 1 & d & a & b+c \end{bmatrix},$$

$$4. \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & x \\ 2 & 3 & x & 1 \\ 3 & x & 1 & 2 \\ x & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Příklad 2.3. Určete všechny hodnoty $x \in \mathbb{R}$ tak, aby $\det \mathbf{A} = 0$.

$$1. \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & x \\ 2 & 3 & x & 1 \\ 1 & x & 3 & 2 \\ x & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix},$$

$$2. \mathbf{A} = \begin{bmatrix} x & a & b & c \\ a & x & c & b \\ b & c & x & a \\ c & b & a & x \end{bmatrix}.$$

Příklad 2.4. Určete determinant matice \mathbf{A} .

$$1. \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & \sin x & \cos x \\ 1 & \cos x & -\sin x \\ 1 & \sin 2x & 2 \cos 2x \end{bmatrix},$$

$$2. \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & \sin x & \sin^2 x \\ 1 & \cos x & \cos^2 x \\ 1 & \sin 2x & \sin^2 2x \end{bmatrix},$$

$$3. \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 + \sin \alpha & 1 + \sin \beta & 1 + \sin \gamma & 1 + \sin \delta \\ \sin \alpha + \sin^2 \alpha & \sin \beta + \sin^2 \beta & \sin \gamma + \sin^2 \gamma & \sin \delta + \sin^2 \delta \\ \sin^2 \alpha + \sin^3 \alpha & \sin^2 \beta + \sin^3 \beta & \sin^2 \gamma + \sin^3 \gamma & \sin^2 \delta + \sin^3 \delta \end{bmatrix},$$

$$4. \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 & x^4 \\ 1 & 2x & 3x^2 & 4x^3 & 5x^4 \\ 1 & 4x & 9x^2 & 16x^3 & 25x^4 \\ 1 & y & y^2 & y^3 & y^4 \\ 1 & 2y & 3y^2 & 4y^3 & 5y^4 \end{bmatrix}.$$

Příklad 2.5. Určete determinant matice \mathbf{A} řádu n .

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2a & -b & -b & \cdots & -b \\ -b & 2a & -b & \cdots & -b \\ -b & -b & 2a & \cdots & -b \\ \vdots & & & \ddots & \\ -b & -b & -b & \cdots & 2a \end{bmatrix}.$$

Příklad 2.6. Odvoďte vzorec pro determinant D_n matice řádu n a vyčístele determinant D_6 pro matici řádu 6.

$$D_n = \det \begin{bmatrix} 5 & -2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & -2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & -2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & & & \\ \vdots & & & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 4 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Příklad 2.7. Odvoďte vzorec pro determinant F_n matice řádu n a vyčístele determinant F_8 pro matici řádu 8.

$$F_n = \det \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & 2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -3 & 2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & & & \\ \vdots & & & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 4 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 4 & -3 \end{bmatrix}.$$

Příklad 2.8. Odvoďte vzorec pro determinant S_n matice řádu n a vyčístele determinant S_7 pro matici řádu 6.

$$S_n = \det \begin{bmatrix} \sin \alpha & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \sin \alpha & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \sin \alpha & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & & & \\ \vdots & & & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & \sin \alpha & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & \sin \alpha \end{bmatrix}.$$