

9 - Domácí cvičení č. 9

Příklad 9.1. Je dána kvadratická forma $\kappa(x)$. Určete inerci $\text{in}(\kappa)$ a definitnost kvadratické formy $\kappa(x)$. Napište kvadratickou formu $\kappa(x)$ ve tvaru lineární kombinace čtverců souřadnic v ortonormální bázi.

1. $\kappa(x) = 3x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 4x_2x_3$,
2. $\kappa(x) = 2x_1^2 - 2x_2^2 + 2x_3^2 + 8x_1x_2 - 8x_2x_3$,
3. $\kappa(x) = 7x_1^2 + 10x_2^2 + 7x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$,
4. $\kappa(x) = -4x_1^2 - 4x_2^2 - 9x_3^2 - 4x_1x_2 - 6x_1x_3 - 6x_2x_3$,
5. $\kappa(x) = -x_1^2 - x_2^2 - 2x_3^2 + 2x_4^2 - 6x_1x_2 - 4x_3x_4$,
6. $\kappa(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 6x_1x_2 + 10x_1x_3 - 10x_1x_4 + 10x_2x_3 - 10x_2x_4 + 6x_3x_4$,
7. $\kappa(x) = -7x_1^2 - 7x_2^2 - 7x_3^2 - 7x_4^2 - 10x_1x_2 - 10x_1x_3 + 10x_1x_4 + 10x_2x_3 - 10x_2x_4 - 10x_3x_4$,
8. $\kappa(x) = -6x_1^2 - 6x_2^2 - 6x_3^2 - 6x_4^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_1x_4 + 4x_2x_3 - 4x_2x_4 - 4x_3x_4$,
9. $\kappa(x) = 6x_1^2 + 6x_2^2 + 7x_3^2 + 7x_4^2 + 6x_5^2 - 4x_1x_2 + 8x_1x_3 + 4x_1x_5 + 8x_2x_4 + 4x_2x_5 - 2x_3x_4$.

Příklad 9.2. Je dána kvadratická forma $\kappa(x)$. Určete inerci $\text{in}(\kappa)$ a definitnost kvadratické formy $\kappa(x)$. Napište kvadratickou formu $\kappa(x)$ ve tvaru lineární kombinace čtverců souřadnic.

1. $\kappa(x) = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 6x_3^2 - 6x_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3$,
2. $\kappa(x) = 3x_1^2 + 6x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3$,
3. $\kappa(x) = -3x_1^2 - 5x_2^2 - x_3^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$,
4. $\kappa(x) = -3x_1^2 + 4x_2^2 + 5x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3$,
5. $\kappa(x) = 2x_1^2 + 4x_2^2 + 5x_3^2 + 3x_4^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_1x_4 - 4x_2x_3 + 4x_2x_4 - 2x_3x_4$.

Příklad 9.3. Je dána kvadrika $x^T Ax + b^T x + \gamma = 0$. Určete typ kvadriky a souřadnice významného bodu kvadriky.

1. $-x_1^2 - x_2^2 + 10x_1x_2 + 4x_1 + 6x_2 + \frac{1}{24} = 0$,
2. $9x_1^2 + 6x_2^2 - 4x_1x_2 + 5x_1 - 10x_2 - \frac{3}{4} = 0$,
3. $2x_1^2 + 18x_2^2 + 12x_1x_2 + 4x_1 - 6x_2 - \frac{41}{200} = 0$,
4. $x_1^2 + 7x_2^2 + x_3^2 - 8x_1x_2 + 16x_1x_3 + 8x_2x_3 + 3x_1 - 6x_2 + 9x_3 + \frac{3}{2} = 0$,
5. $-x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 + 6x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3 - 4x_1 - x_3 = 0$,
6. $6x_1^2 + 7x_2^2 + 6x_3^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3 + 2x_1 - 4x_2 + x_3 - \frac{295}{864} = 0$,
7. $-4x_1^2 + 16x_2^2 + x_3^2 + 20x_1x_2 + 20x_1x_3 + 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - \frac{25}{196} = 0$,
8. $2x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_2x_3 + 2x_1 + 6x_2 - 4x_3 + \frac{1}{2} = 0$,
9. $-2x_1^2 - 2x_2^2 + 2x_3^2 - 8x_1x_3 + 8x_2x_3 - x_1 + x_2 + 3x_3 - \frac{41}{72} = 0$.