1 - Domácí cvičení č. 1

Příklad 1.1. Určete všechny kořeny polynomu $p(x)$.

1. $p(x) = x^4 - 5x^3 - 22x^2 + 56x$,
2. $p(x) = x^5 + 5x^4 - 5x^3 - 45x^2 + 108$,
3. $p(x) = x^5 + 3x^4 - 17x^3 - 85x^2 - 132x - 90$,
4. $p(x) = x^6 + 117x^3 - 1000$,
5. $p(x) = x^8 - 256$,
6. $p(x) = x^8 + 1$,
7. $p(x) = x^5 - 4x^4 - 39x^3 + 166x^2 + 140x - 600$,
8. $p(x) = x^6 - 4x^5 - 19x^4 - 8x^3 - 41x^2 - 4x - 21$,
9. $p(x) = x^6 - 4x^5 - 26x^4 + 116x^3 + 49x^2 - 328x - 240$.

Příklad 1.2. Určete polynom $p(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ stupně n s reálnými koeficienty.

1. $n = 5$, $a_5 = -600$, polynom má kořeny $c_1 = 2$, $c_2 = 3$, $c_{3,4} = -5$, $c_5 = 1$,
2. $n = 5$, $a_0 = 2$, polynom má kořeny $c_1 = 7$, $c_{2,3} = -2$, $c_4 = 2 - 3i$,
3. $n = 6$, $a_6 = -24$, polynom má kořeny $c_1 = 2$, $c_2 = -3$, $c_{3,4} = -1 + i$,
4. $n = 5$, $a_5 = -24$, polynom má kořeny $c_{1,2,3} = 2$, $c_4 = \sqrt{2} + i$.

Příklad 1.3. Napište reálný rozklad a rozklad na kořenové činitele polynomu $p(x)$.

1. $p(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$,
2. $p(x) = x^5 - 4x^4 + 8x^3 - 14x^2 + 15x - 6$,
3. $p(x) = 3x^4 - 3$,
4. $p(x) = x^6 + 64$,
5. $p(x) = x^4 + 5x^2 + 6$,
6. $p(x) = x^6 - 3x^5 - 3x^4 + 19x^3 - 42x^2 + 84x - 72$,
7. $p(x) = x^7 - 5x^6 - 8x^5 + 46x^4 + 49x^3 - 113x^2 - 186x - 72$,
8. $p(x) = x^6 - 5x^5 + 10x^4 - 20x^3 + 28x^2 - 20x + 24$,
9. $p(x) = x^5 + 4x^4 - 2x^3 - 33x^2 - 60x - 36$,
10. $p(x) = 9x^6 - 33x^5 - 2x^4 + 88x^3 - 80x - 32$,
11. $p(x) = 2x^4 + 19x^3 + 56x^2 + 39x - 36$.

Příklad 1.4. Určete polynom $d(x)$ - největší společný dělitel a polynom $n(x)$ - nejmenší společný násobek polynomů $p(x)$ a $q(x)$.

1. $p(x) = x^6-4x^5-2x^4+10x^3-11x^2+14x-8$, $q(x) = x^7+2x^6-8x^5-20x^4-5x^3+2x^2+4x+24$,
2. $p(x) = x^5 - 8x^3 + 3x^2 + 4x + 12$, $q(x) = x^5 - 4x^4 - x^3 + 10x^2 - 6x + 36$,
3. $p(x) = x^4 - 16$, $q(x) = x^3 + 8$,
4. $p(x) = x^6 + 5x^3 + 6$, $q(x) = x^6 - 6x^5 + 9x^4 - 2x^3 - 12x^2 + 18x - 8$,
5. $p(x) = x^6 + x^5 + 2x^3 - 3x^2 + x - 2$, $q(x) = x^7 + 3x^6 - 5x^5 - 7x^4 + 15x^3 - 19x^2 + 21x - 9$,
6. $p(x) = 9x^5 + 33x^4 + 19x^3 - 33x^2 - 24x - 4$, $q(x) = 6x^5 + 37x^4 + 88x^3 + 101x^2 + 56x + 12$,
7. $p(x) = 4x^4 - 83x^2 + 81x - 20$, $q(x) = 2x^6 - 11x^5 - 5x^4 + 55x^3 + 55x^2 - 8x - 16$,
8. $p(x) = 6x^5 - 11x^4 - 49x^3 + 118x^2 - 12x - 72$, $q(x) = 9x^5 - 33x^4 - 74x^3 + 172x^2 + 280x + 96$.

Příklad 1.5. Určete koeficient A polynomu $p(x)$.

1. $p(x) = 4x^2 + Ax - 60$, určete A tak, aby rozdíl kořenů polynomu byl 8,
2. $p(x) = x^3 + 6x^2 - x + A$, určete A tak, aby součet dvou kořenů polynomu byl -1,
3. $p(x) = x^3 - 5x^2 + Ax + 105$, určete A tak, aby součet dvou kořenů polynomu byl 2,
4. $p(x) = 4x^3 + Ax^2 - 124x + 112$, určete A tak, aby součet dvou kořenů polynomu byl 5,
5. $p(x) = x^4 + x^3 - 16x^2 - 4x + A$, určete A tak, aby součet tří kořenů polynomu byl 3,
6. $p(x) = x^4 - 7x^3 + 5x^2 + Ax - 30$, určete A tak, aby součet tří kořenů polynomu byl 6,
7. $p(x) = x^4 - 4x^3 + Ax^2 + 28x + 60$, určete A tak, aby součet tří kořenů polynomu byl 1,
8. $p(x) = x^4 + Ax^3 - 27x^2 + 108$, určete A tak, aby součet tří kořenů polynomu byl 0.