

6 - Domáci cvičení č. 6

Příklad 6.1. Určete všechna řešení soustavy lineárních rovnic.

1.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 5x_5 &= -3 \\2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 4x_4 + 7x_5 &= -13 \\-3x_1 - 6x_2 + 5x_3 - 5x_4 - 9x_5 &= 23 \\-x_1 - 2x_2 - x_3 - 7x_4 - x_5 &= 4,\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 + 2x_5 &= 3 \\-2x_1 - x_2 + 8x_3 - 6x_4 + 3x_5 &= -11 \\4x_1 + 3x_2 - 14x_3 + 7x_4 - x_5 &= 28 \\6x_1 + 10x_2 - 10x_3 - 3x_5 &= -13 \\2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 + 11x_5 &= 4,\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 + 4x_5 + 5x_6 &= -2 \\-2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 + x_6 &= 3 \\3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 - 3x_6 &= -4 \\x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6 &= 3 \\3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 5x_5 + 4x_6 &= 1,\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 + 3x_6 &= -3 \\2x_1 + 3x_3 + 3x_4 + 11x_5 - 4x_6 &= 25 \\x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 6x_6 &= 1 \\-3x_1 - 7x_2 - 8x_3 - 5x_4 + 7x_5 - 26x_6 &= 24 \\4x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 3x_4 - 5x_5 + 28x_6 &= -25,\end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + x_5 &= 12 \\-2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 &= -2 \\3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 - 4x_5 &= -8 \\5x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 3x_4 + 6x_5 &= 30 \\-4x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 + 5x_5 &= -10,\end{aligned}$$

6.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 - 2x_6 &= 5 \\2x_1 + x_2 - 8x_3 + 18x_4 + 11x_5 - 7x_6 &= 19 \\-3x_1 - 2x_2 + 11x_3 - 25x_4 - 16x_5 + 10x_6 &= -27 \\4x_1 + 5x_2 - 10x_3 + 24x_4 + 19x_5 - 11x_6 &= 29 \\5x_1 + 13x_2 + x_3 + 3x_4 + 17x_5 - 7x_6 &= 16.\end{aligned}$$

Příklad 6.2. Určete všechna řešení soustavy lineárních rovnic v závislosti na parametru $a \in \mathbb{R}$.

1.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 + ax_4 &= 1 \\x_1 + x_2 + ax_3 + x_4 &= a \\x_1 + ax_2 + x_3 + x_4 &= a + 1 \\ax_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= a + 2,\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= a \\x_1 + ax_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\x_1 + x_2 + ax_3 + x_4 &= 1 \\x_1 + x_2 + x_3 + a^2x_4 &= 1,\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + 2x_3 + ax_4 &= 1 \\x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 &= 2 \\-2x_1 + x_2 + ax_3 - x_4 &= 3 \\ax_1 + 2x_2 + (1 + a)x_3 &= 6,\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + ax_4 + x_5 &= 4 \\2x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 2x_4 + x_5 &= 2 \\-3x_1 - 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 - 4x_5 &= -6 \\x_1 + 2x_2 + ax_3 + 8x_4 + 2x_5 &= 14.\end{aligned}$$

Příklad 6.3. Napište alespoň tři soustavy lineárních rovnic $\mathbf{A}x = b$ takové, že matice $\mathbf{A}$ budou různých typů, ale všechny tři soustavy budou mít pouze jedno řešení, které bude $X = [1, 2, -3, 5]^T$.

Příklad 6.4. Napište alespoň tři soustavy lineárních rovnic $\mathbf{A}x = b$ takové, že matice $\mathbf{A}$ budou různých typů, ale všechny tři soustavy budou mít všechna řešení ve tvaru $X = [1, 1, 1, 1]^T + k[2, 3, 1, 1]^T$, kde $k \in \mathbb{R}$.